

VERIFICAREA PRINCIPIULUI FUNDAMENTAL AL DINAMICII MIȘCĂRII DE TRANSLAȚIE LA MIȘCAREA UNUI CĂRUCIOR PE PLANUL ÎNCLINAT

Autori: Oana-Denisa BOANTĂ ¹, Daniel HOROTAN ²
[oanaboanta5@gmail.com](mailto: oanaboanta5@gmail.com), [danihorotan@gmail.com](mailto: danihorotan@gmail.com)

Coordonatori: Asist.univ. Bogdan Ioan MARC ³

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul III

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul III

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Departamentul I.M.I.T.

Rezumat

În lucrare se prezintă unele aspecte privind Principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație la mișcarea unui cărucior pe planul înclinat, verificând experimental în cazurile când forța de frecare (rezistență) poate fi neglijată și când ea este comparabilă cu cea exterioară. Verificarea experimentală a avut loc în laboratorul de mecanică unde am utilizat macheta existentă cu planul înclinat și căruciorul. S-au cules unele date prin măsurarea greutății căruciorului cu ajutorul unui cântar, precum și măsurarea unghiului pe care planul înclinat îl face cu orizontala folosind raportorul.

Cuvinte cheie

mișcare de translație, forța de frecare, plan înclinat

1. Introducere

Planul înclinat este în mecanică o suprafață plană care formează un anumit unghi cu orizontala. Acesta este utilizat la ridicarea maselor (obiectelor grele) la o anumită înălțime folosindu-se o forță mai mică decât în cazul ridicării lor pe direcție verticală. Totuși trebuie menționat, că lucrul mecanic efectuat nu devine mai mic, deși rămâne neschimbat. Planul înclinat aparține în teoria mecanicii de categoria „mașini simple”, la fel ca pârghia, scripetele sau șurubul. Aplicații curente ale planului înclinat sunt serpentinele de drumuri din munți pentru urcarea și coborârea vehiculelor, sau șurubul - ca un cilindru cu un plan înclinat prăguit și înfășurat elicoidal în jurul său.

Planul înclinat este planul care cu orizontala formează un unghi ascuțit. În antichitate una dintre soluțiile folosite pentru urcarea blocurilor mari de piatră a fost construirea unui plan înclinat. Acest mecanism le-a permis constructorilor să ridice blocurile de piatră chiar dacă greutatea lor G era mult mai mare decât forța cu care puteau să acționeze. Pentru deplasarea blocului pe planul înclinat li se opuneau componenta tangențială a greutății blocului G_t și forța de frecare F_f .

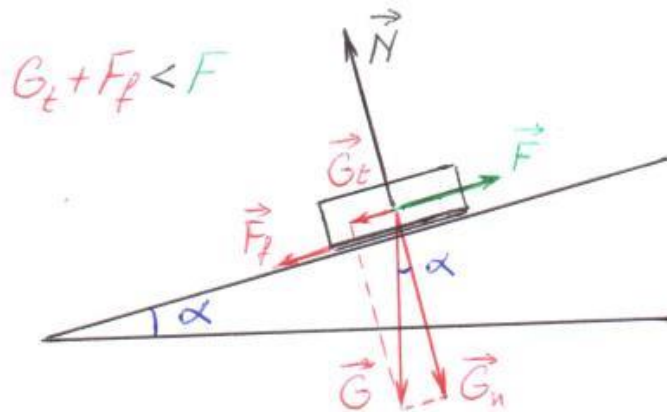


Fig. 1 Corp pe planul înclinat

Adunate erau mult mai mici decât greutatea blocului de piatră și mai puteau fi micșorate. Componenta tangențială este mai mică dacă unghiul planului înclinat este mai mic. Soluția a fost evidentă, un plan mai lung. Dar pentru unghiul mic al planului corespunde o componentă normală a greutății mai mare și implicit o forță de frecare mai mare. Pentru reducerea forței de frecare au folosit săniile de lemn, pentru ca suprafața de contact să fie mai netedă decât suprafața blocului. Traverse de lemn au fost așezate pe suprafața planului înclinat. Suprafețele de contact dintre traverse și sanie au fost unse cu ulei sau grăsime, micșorând coeficientul de frecare la alunecare.

2. Considerații teoretice

Principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație a unui corp afirmă că accelerația a a corpului (punctului material) în mișcare este direct proporțională cu rezultanta F a tuturor forțelor ce acționează asupra corpului și invers proporțională cu masa m a acestuia, fiind orientată în sensul rezultantei F :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (1)$$

sau

$$F = m\vec{a} \quad (2)$$

adică rezultanta F a tuturor forțelor ce acționează asupra corpului este egală cu produsul dintre masa lui m și accelerația a pe care o obține corpul sub acțiunea forțelor cu rezultanta F . Aceste formulări sunt valabile în cazul când masa mobilului nu variază în timpul mișcării, adică $m = \text{const.}$ În caz mai general, când în timpul mișcării $m \neq \text{const.}$, principiul fundamental al dinamicii punctului material are aspectul :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (3)$$

unde $p = mv$ este impulsul punctului material. Astfel, rezultanta forțelor F ce acționează asupra mobilului este egală cu viteza de variație a impulsului acestui mobil. Este de remarcat că relația (3) este valabilă și pentru $m = \text{const.}$, întrucât în acest caz (3) trece în (2). În continuare vom considera cazul când în timpul mișcării mobilului rezultanta forțelor nu variază ($F = \text{const.}$). În acest caz și accelerația corpului $a = \text{const.}$ Vom verifica experimental justetea principiului fundamental al dinamicii la mișcarea de translație a unui cărucior pe planul înclinat (fig 3). Asupra căruciorului acționează forța de reacțiune normală a planului N , forța de greutate mg și forța de frecare (de rezistență în rulmenții căruciorului) F_f care este foarte mică datorită utilizării în calitate de roți ale căruciorului a unor rulmenți fini. Se pot realiza două cazuri :

- Forța de frecare (rezistență) poate fi neglijată în comparație cu rezultanta F a forțelor de greutate mg și de reacțiune normală N a planului înclinat, adică $mg \sin \alpha \gg F_f$ ceea ce corespunde unghiurilor mari de înclinare α ale planului față de orizontala ;

- Forța de frecare (rezistență) nu poate fi neglijată în comparație cu rezultanta F a forțelor de greutate mg și de reacțiune normală N a planului înclinat, adică $mg \sin \alpha \approx F_f$ ceea ce corespunde unghiurilor mici de înclinare a planului față de orizontala ;

În cazul nostru prin măsurarea în laborator a masei căruciorului și a unghiului pe care planul înclinat îl face cu orizontala avem următoarele valori :

$$m = 0,870 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



Fig. 2 Masa căruciorului

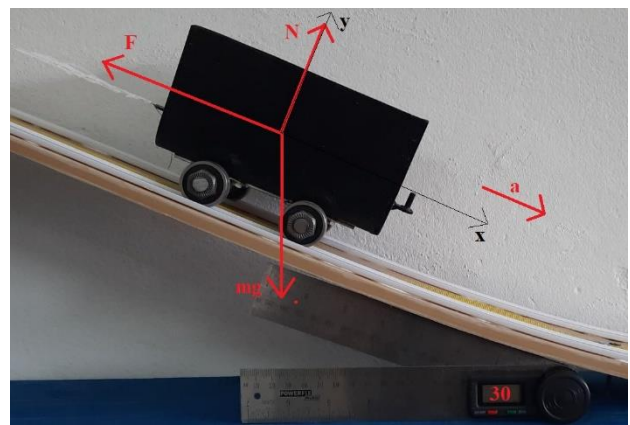


Fig. 3. Cărucior pe plan înclinat

În primul caz, când forța de frecare poate fi neglijată, ecuația (2) scrisă în proiecții pe axa x (fig. 3) de-a lungul căreia este orientată accelerația a are aspectul :

$$0,870 \cdot g \sin 30^\circ = 0,870 \cdot a \quad (4)$$

sau

$$a = g \cdot \frac{h}{l} \quad (5)$$

unde $\sin \alpha = \frac{h}{l}$, iar l este lungimea planului înclinat. Astfel, pentru unghiuri mari de înclinare a planului față de orizontala, principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este echivalent cu relația (5).

În cazul al doilea, adică pentru unghiuri mici de înclinare a planului față de orizontala, forța de frecare nu poate fi neglijată. Principiul fundamental (2) în proiecții pe axele x și y (fig. 3) în acest caz are

$$\text{aspectul: } \begin{cases} mg \sin \alpha - F_f = ma \\ mg \cos \alpha - N = 0 \end{cases} \text{ unde } F_f = \eta N.$$

De aici obținem: $a = g \cos \alpha (tg \alpha - \eta)$. Întrucât unghiul de înclinare α a planului față de orizontală este mic, rezultă că $l \approx b_0$ și de aceea $\cos \alpha = \frac{b_0}{l} \approx 1$. Ținând seama că $tg \alpha = h/b_0$ obținem:

$$a = g \left(\frac{h}{b_0} - \mu \right) \quad (6)$$

Se observă că micșorarea înălțimii h a planului conduce la micșorarea accelerației căruciorului. Când $\alpha \rightarrow 0$ formula (6) trece în (5). Astfel, principiul fundamental al dinamicii în cazul unghiurilor mici este echivalent cu relația (6) care reprezintă o funcție liniară de parametrul h/b_0 .

Pentru verificarea experimentală a relațiilor (5) și (6) care sunt echivalente principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație în două cazuri limită, trebuie identificată o metodă cinematică de măsurare indirectă a accelerației căruciorului ce se mișcă pe planul înclinat. Una din posibilitățile cele mai potrivite este folosirea relației de definiție a accelerației:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (7)$$

unde v_0 este viteza inițială, iar v – viteza mobilului la momentul de timp t . Deoarece accelerația a este constantă, intervalul de timp t poate lua valori oricât de mari. Din relația (7) rezultă:

$$v = v_0 + at \quad (8)$$

Viteza instantanee, de regulă, se aproximează cu viteza medie pe o distanță suficient de mică (grosimea obturatorului). Uneori însănu este nevoie de această aproximație. Aceasta se întâmplă în cazul mișcării uniform variate când se poate considera că viteza medie pe o anumită distanță coincide cu viteza instantanee în momentul de timp egal cu jumătate din intervalul de timp în care mobilul parcurge întreaga distanță. Într-adevăr, dacă mobilul parcurge distanța S în timpul t , atunci în cazul mișcării uniform accelerate:

$$v_{med} = \frac{S}{t} = \frac{v_0 t + \frac{at^2}{2}}{t} = v_0 + at/2 \quad (9)$$

ceea ce demonstrează afirmația de mai sus.

Pentru determinarea vitezelor instantanee v_0 și v se măsoară cu cronometrul stabilit în regimul n—3 intervalele de timp t_1 și t_3 în care obturatorul căruciorului de grosime d în mișcarea sa uniform accelerată acoperă fasciculele senzorilor situați în pozițiile A și B (fig.4), precum și timpul t_2 care durează de la descoperirea fascicolului senzorului A până la începutul acoperirii fascicolului senzorului B.

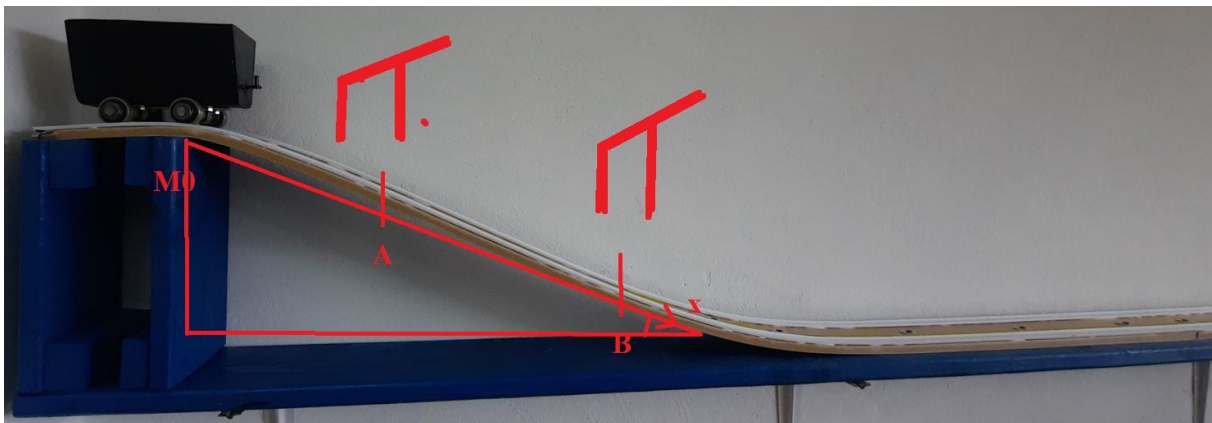


Fig. 4 Obturatorul căruciorului

În continuare, observăm că vitezele medii $v_{medA} = d/t_1$ și $v_{medB} = d/t_3$ coincid cu vitezele instantanee în mijlocul intervalelor respective de timp, adică la momentele $t_1/2$ și $t_3/2$. În acest caz, intervalul de timp t din formula (8)

va fi $t = \frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}$. Substituind în (8) obținem :

$$a = \frac{\frac{d}{t_3} - \frac{d}{t_1}}{\frac{t_1}{2} + \frac{t_3}{2}} \quad (10)$$

Relația (5) poate fi considerată o funcție liniară de parametrul h/l adică de forma adică de forma $Y = pX + b$, unde $Y = a$, $X = h/l$, $p = g$. Termenul liber se va lua diferit de zero $b \neq 0$ pentru a putea identifica și elimina influența unei eventuale erori sistematice la determinarea pantei dreptei. Din (fig 5) se observă că prelungirea dreptei taie pe axa absciselor un segment egal cu valoarea $\sin \alpha$ pentru care accelerația a se anulează:

$$\sin \alpha = h/l = h_0/l_0.$$

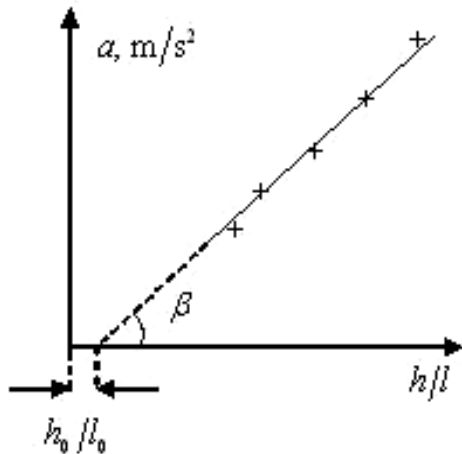


Fig. 5 Graficul accelerației

Pentru această valoare, rezultanta F a forțelor de greutate mg și de reacțiune normală N a planului înclinat este compensată de către forța de frecare (rezistență):

$$F_f = F = mg \sin \alpha_0 = mg h_0/l_0$$

După cum se observă din (5), panta acestei drepte trebuie să fie egală cu accelerația gravitațională sau mai exact, valoarea cunoscută a accelerației gravitaționale trebuie să se afle în interiorul intervalului de încredere al pantei p : $(p - \Delta p < g < p + \Delta p)$. Astfel dacă graficul dependenței (5) construit după punctele experimentale reprezintă un segment de dreaptă și accelerația gravitațională se află în intervalul de încredere al pantei acestei drepte, atunci putem trage concluzia că principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just în limitele anumitor erori comise în experiment.

Relația (6) de asemenea, poate fi considerată o funcție liniară de parametrul h/b_0 , adică de forma $Y = pX + b$, unde $Y = a$, $X = h/b_0$, $p = g$, iar $b = -\mu g$.

3. Concluzii

Dacă principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just, iar forța de frecare nu poate fi neglijată, atunci construind după punctele experimentale graficul dependenței (6) de parametrul h/b_0 , trebuie să obținem un segment de dreaptă (fig. 6) cu panta $p = BC/AC = g$. Totodată prelungirea acestei drepte (fig 6) întretaie pe axa absciselor un segment egal cu coeficientul de frecare μ . Valoarea obținută a coeficientului de frecare poate fi comparată cu valoarea estimată cu ajutorul relației (6).

Bibliografie

1. Itu Razvan B., *Mecanică, Îndrumător pentru lucrări de laborator*, Editura Universitas Petroșani, 2021
2. A. Rusu, S. Rusu, C. Pîrțac, *Lucrari de laborator la mecanică asistate de calculator*, Chișinău, 2012
3. Huidu T., Marin C., *Probleme rezolvate de mecanică*, Editura Macarie Târgoviște, 2001
4. https://ro.wikipedia.org/wiki/Plan_%C3%AEnclinat

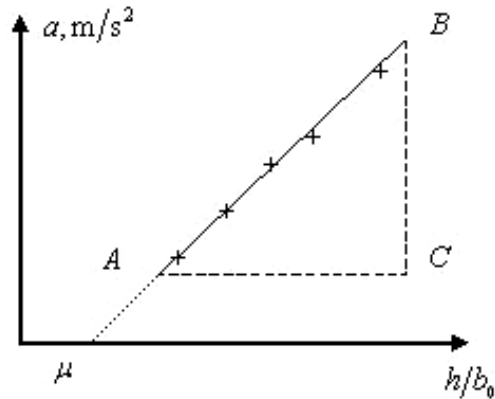


Fig 6. Graficul dependenței (6)

CONSIDERAȚII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE PRIVIND FOLOSIREA GRINZILOR CU ZĂBRELE ÎN CONSTRUCȚII. METODA IZOLĂRII NODURILOR

Autori: Ionela CĂTĂ¹, Alexandra POPESCU²
cataionela10@yahoo.com

Coordonator: Șef lucr.dr.ing.Susana APOSTU

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Electromecanică, anul III

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Electromecanică, anul III

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E,departamentul I.M.I.T.

Rezumat

În lucrare se face o prezentare a informațiilor din literatura de specialitate și lucrări executate în laboratorul de mecanică despre importanța studiului nodurilor care se formează în grinziile cu zăbrele. Prezentare de față se referă la construcțiile plane, la care forțele exterioare sunt aplicate exclusiv în noduri: principiile de calcul rămân valabile și pot fi exploatate cu relative ușurință la celelalte categorii de grinzi.

Cuvinte cheie: grinzi cu zăbrele, reacțiuni, forțe, momente, reazeme, noduri.

1. Introducere

Grinzile cu zăbrele sunt sisteme de bare rigide articulate la capete. Aceste articulații poartă numele de noduri. Dacă barele grinzii cu zăbrele sunt conținute în același plan, grinziile se numesc plane, în caz contrar ele se numesc spațiale.

În construcții, grinziile cu zăbrele sunt elemente structurale, care au rolul de a prelua încărcări de la alte elemente structurale sau nestructurale și de a le transmite reazemelor. Ele se folosesc la acoperișuri cu deschideri mari, poduri, construcții industriale etc.



Fig.1 Exemple de utilizare a grinzilor cu zăbrele

2. Istoric

Primul acoperiș folosind grinzi metalice cu zăbrele: Acoperișul Euston Station Marea Britanie, 1837,fig.2.



Fig.2 Acoperișul Euston Station Marea Britanie

3. Generalități

Grinda se consideră ca un corp solid rigid (metoda solidificării) care trebuie să fie fixat în plan. Pentru a fixa acest corp este nevoie de o articulație plană și un reazem simplu, echivalente cu 3 legături simple dispuse în două puncte.

În mecanică, grinda cu zăbrele are două modele fizice:

- sisteme de puncte materiale – nodurile, legate între ele prin penduli (barele);
- sisteme de corpuri – barele, legate între ele prin articulații (nodurile).

Pentru a fi funcționale, grinzile cu zăbrele trebuie să îndeplinească două condiții:

- să fie indeformabile din punct de vedere geometric,
- să fie fixate pe corpurile de reazem.

Elementele grinzii cu zăbrele:

- talpa superioară formată din barele de la partea superioară;
- talpa inferioară formată din barele de la partea inferioară;
- diagonalele sunt barele înclinate care se găsesc între talpa superioară și talpa inferioară;
- montanții sunt barele drepte care se găsesc între talpa superioară și talpa inferioară;
- diagonalele și montanții se numesc zăbrele;
- nodurile sunt articulațiile grinzii.

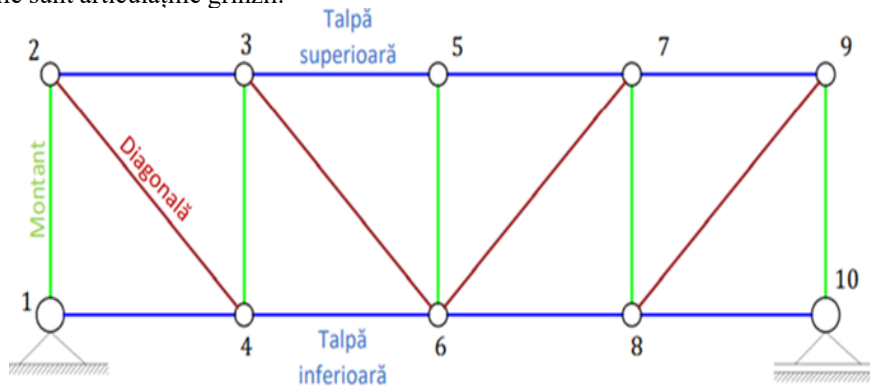


Fig.3 Elementele grinzii cu zăbrele

4. Tipuri de grinzi cu zăbrele

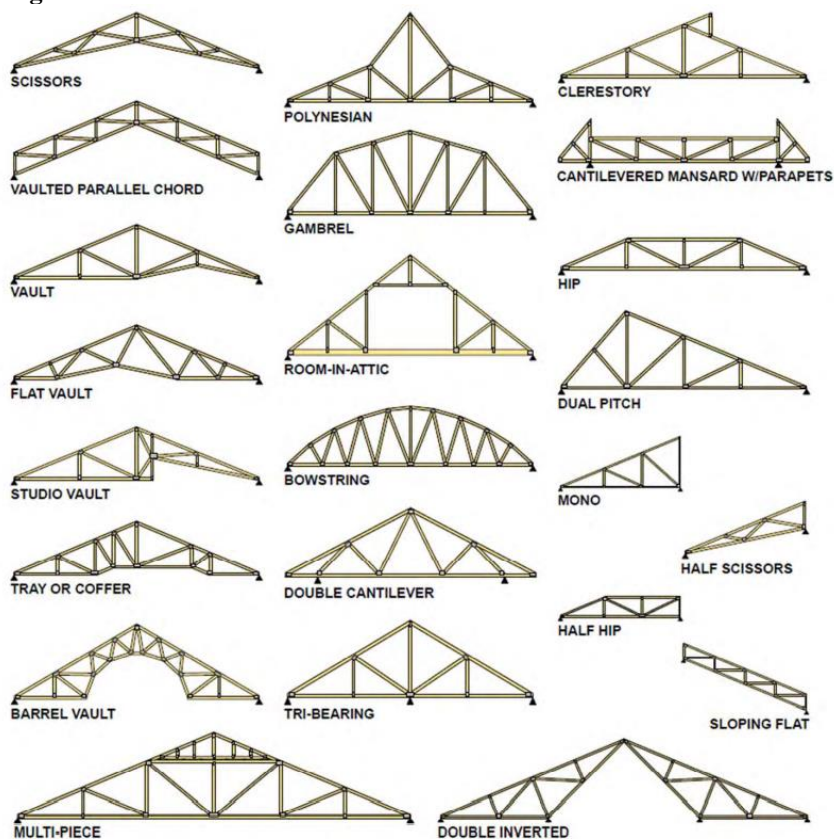


Fig. 4 Tipuri grinzi cu zăbrele

5. Problema fundamentală a grinzilor cu zăbrele

Problema fundamentală a grinzilor cu zăbrele legate este următoarea: Se dă grinda prin alcătuirea sa și dimensiunile sale, sistemul de forțe care acționează pe ea și legăturile sale. Se cere să se determine eforturile din bare.

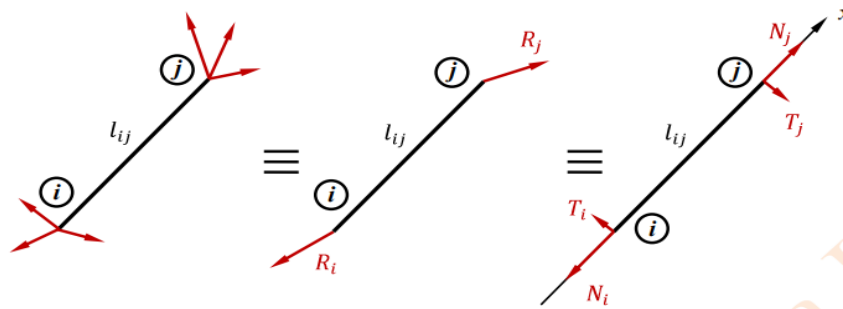


Fig.5 Eforturi în bare

6. Determinarea eforturilor din bare. Metoda izolării nodurilor

În aceasta metoda pentru grinda cu zăbrele se folosește primul model fizic și anume sistem de puncte materiale. Aceasta metoda este similară cu metoda izolării corpurilor de la echilibrul sistemelor de corpuri. Dacă grinda cu zăbrele este în echilibru, atunci orice nod al sau este în echilibru, sub acțiunea forțelor exterioare și a reacțiilor exterioare și interioare aferente lui. (Conform teoremei echilibrului parților) - se numerotează nodurile - se izolează nodurile, pornind de la un nod în care concură cel mult două bare cu efort necunoscut - pe nod se introduce forțele exterioare, forțele de legătură exterioare și eforturile din barele care concură în nod - eforturile necunoscute care solicitează nodul se trec pe nod ca eforturi de întindere (ies din nod). - se scriu ecuațiile de echilibru pentru nodul izolat știind că nodul este acționat de un sistem de forțe concurente și coplanare. Din cele două ecuații scalare de echilibru rezultă eforturile din bare. Eforturile în bare fiind constante se trece la următorul nod în care concură cel mult două bare cu efort necunoscut și se procedează la fel ca la primul nod. Astfel se parcurg toate nodurile grinzii cu zăbrele. La ultimul nod ecuațiile de echilibru se folosesc pentru verificarea echilibrului nodului.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \end{cases}$$

7. Studiu de caz

Să se calculeze eforturile din barele grinzii cu zăbrele din figura de mai jos folosind metoda izolării nodurilor.

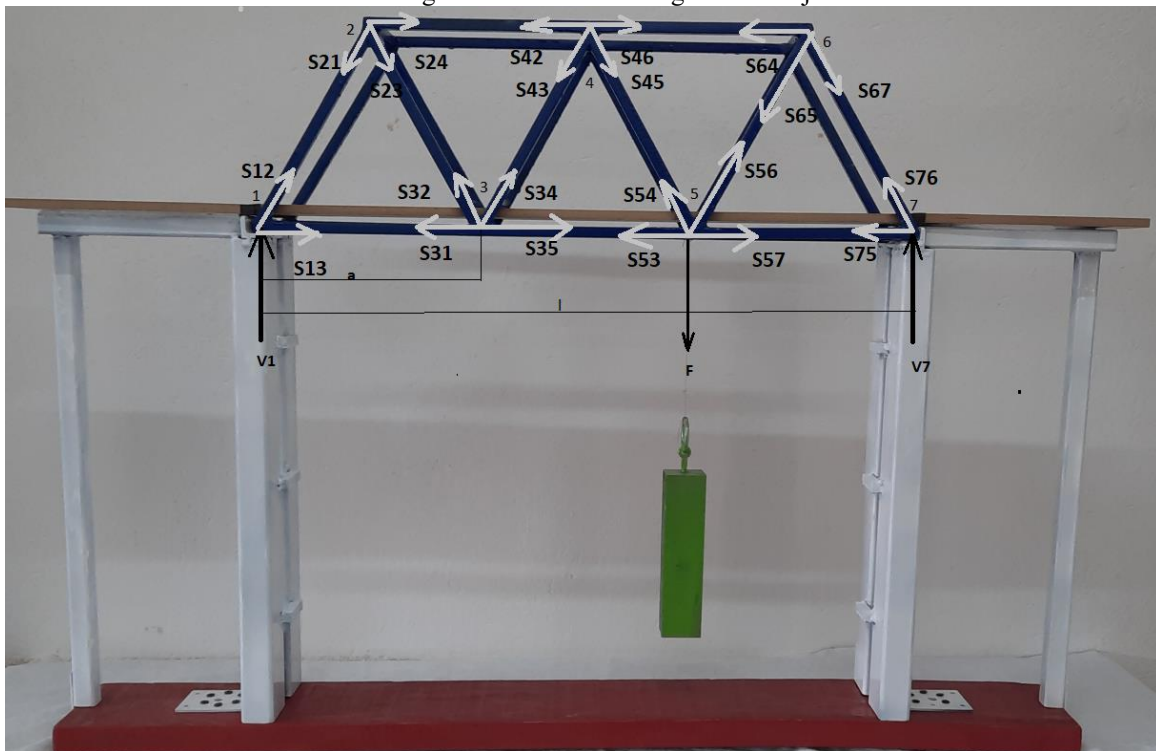


Fig.6 Machetă pentru lucrări de laborator

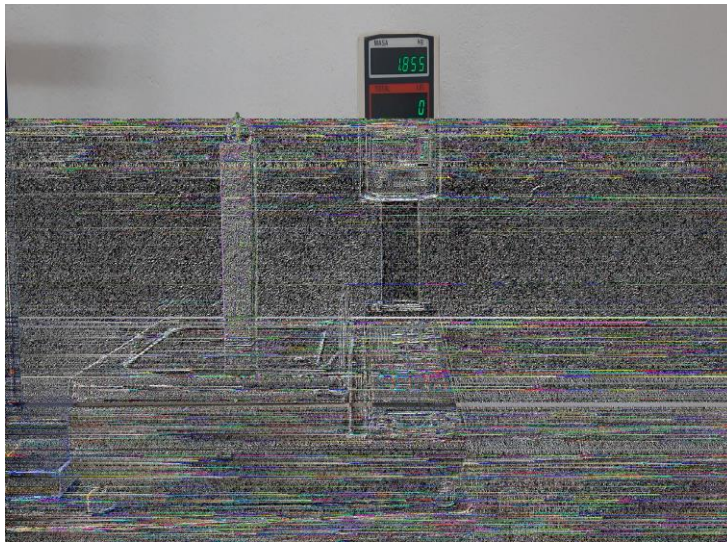


Fig.7 Cântar de laborator cu probă

Datele problemei:

$F=18,5\text{N}$; $a=20\text{cm}$; $l=60\text{cm}$, $\acute{\alpha} = 60^\circ$.

1. Determinarea reacțiunilor cu ajutorul grinzii echivalente:

$$\Sigma F_x=0$$

$$\Sigma F_y=0; V_1-F+V_7=0 \tag{1}$$

$$(\Sigma M)_7=0; V_1 \times l - F \times \frac{l}{3} = 0 \tag{2}$$

$$(\Sigma M)_1=0; V_7 \times l - F \times \frac{2l}{3} = 0 \tag{3}$$

Din ecuațiile (1), (2) și (3) rezultă: $V_1=6,16\text{N}$; $V_2 = 12,3\text{N}$. (4)

2. Izolarea nodurilor.

În fig.6 nodurile au fost numerotate de la 1- 7.

a) Nodul 1 $\Sigma F_x=0; S_{13} + S_{12} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (5)

$$\Sigma F_y=0; V_1 + S_{12} \times \cos \acute{\alpha} = 0; \tag{6}$$

Din ec.(5) și (6) avem $S_{12} = - 7,12\text{N}$; $S_{13} = 3,56\text{N}$.

b) Nodul 2 $\Sigma F_x=0; S_{2,4} - S_{21} \times \cos \acute{\alpha} + S_{23} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (7)

$$\Sigma F_y=0; -S_{21} \times \sin \acute{\alpha} - S_{23} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{8}$$

Din ec. (7) și (8) rezultă: $S_{21} = S_{12}=7,12$; $S_{23}=7,12\text{N}$; $S_{24} = 7,12\text{N}$.

c) Nodul 3 $\Sigma F_x=0; - S_{31} - S_{32} \times \cos \acute{\alpha} + S_{34} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (9)

$$\Sigma F_y=0; S_{32} \times \sin \acute{\alpha} + S_{34} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{10}$$

Din ec. (9) și (10) rezultă : S_{32}, S_{34} sunt egale și au valoarea de $7,14\text{N}$, $S_{31}= 3,56\text{N}$

d) Nodul 4 $\Sigma F_x=0; - S_{42}+S_{46} - S_{43} \times \cos \acute{\alpha} + S_{45} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (11)

$$\Sigma F_y=0; - S_{43} \times \sin \acute{\alpha} - S_{45} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{12}$$

Din ec. (11) și (12) rezultă : $S_{42}, S_{43}, S_{45}, S_{46}$ sunt egale și au valoarea de $7,12\text{N}$.

e) Nodul 5 $\Sigma F_x=0; - S_{53}+S_{57} - S_{54} \times \cos \acute{\alpha} + S_{56} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (13)

$$\Sigma F_y=0; - F + S_{54} \times \sin \acute{\alpha} - S_{56} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{14}$$

Din ec. (13) și (14) rezultă $S_{56} = 14,28\text{N}$, $S_{57} = 7,12\text{N}$

f) Nodul 6 $\Sigma F_x=0; - S_{65} \times \cos \acute{\alpha} + S_{67} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (15)

$$\Sigma F_y=0; - S_{65} \times \sin \acute{\alpha} - S_{67} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{16}$$

Din ec. (15) și (16) rezultă: $S_{65} = S_{67} = 14,28\text{N}$

g) Nodul 7 $\Sigma F_x=0; - S_{75} - S_{76} \times \cos \acute{\alpha} = 0$ (17)

$$\Sigma F_y=0; V_7 + S_{76} \times \sin \acute{\alpha} = 0 \tag{18}$$

Din ec. (17) și (18) rezultă: $S_{76} = -V_7 = - 12,3\text{N}$

8.Concluzii:

- eforturile din bare se consideră întinderi dacă ele rezultă pozitive și compresiuni dacă ele rezultă negative,
- dacă într-o bară rezultă un efort egal cu zero, ea nu poate fi eliminată deoarece nu se mai respectă relația de indeformabilitate geometrică,
- dacă izolăm un nod în care converg numai două bare, iar nodul este neîncărcat, atunci în ambele bare efortul este nul,
- dacă un nod este alcătuit din două bare și încărcat cu o forță F pe direcția unei bare, în cealaltă bară efortul este nul,
- dacă un nod este alcătuit din două bare și care are un reazem simplu pe direcția unei bare, atunci în cealaltă bară efortul este nul deoarece reacțiunea corespunzătoare reazemului are rolul forței F ,
- dacă un nod este neîncărcat și este alcătuit din trei bare dintre care două sunt în prelungire, atunci în cea de-a treia bară efortul este nul,
- pentru determinarea efortului într-o anumită bară trebuie parcurse toate nodurile până la ea.

Bibliografie

1. Itu Răzvan B. *Mecanică*. Îndrumător pentru lucrări de laborator, Editura Universitas Petroșani, 2021
2. Huidu T.,Marin C.,*Probleme rezolvate de mecanică*, Editura Macarie Târgoviște,2001
3. https://www.ct.upt.ro/ungureanu/curs6_MC
4. <https://www.v.mec.legacy.tu.iasi.ro>

ASPECTE PRIVIND CALCULUL ȘI CONSTRUCȚIA PÂLNIILOR DE GOLIRE ALE BUNCĂRELOR

Autori: Bogdan Eduard I. ZAMFIR ¹, Zebe AL. ANGHEL ²
zamfir93@yahoo.com, anghelzebe@yahoo.ro,

Coordonatori: Șef lucr.dr. ing Susana APOSTU ³

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul IV

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul IV

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E, Departamentul de Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi

Rezumat

În lucrare se prezintă unele aspecte privind proiectarea și construcția a pâlniilor de golire pentru buncăre de depozitare a prafului și a materialelor granulare. În primul rând s-a considerat determinarea unghiului de superior și a dimensiunii de ieșire a buncărului, astfel încât să fie asigurată o descărcare sigură și completă a buncărului.

Cuvinte cheie

Mărimi fundamentale, analiză dimensională, teorema π , pendul, forța de rezistență

1. Introducere

Buncărele (fig. 1) sunt ansambluri constructive de dimensiuni mai reduse ca înălțime decât silozurile. Prin siloz (fig. 2) se înțelege un ansamblu constructiv destinat depozitării materialelor granulate și pulverulente cum sunt cerealele, făina, semințele, minereurile, cărbunii, cenușa, cimentul, etc.). Depozitarea se face în elemente verticale numite celule, pe un timp relativ îndelungat, oferind totodată posibilitatea optimă de manipulare și conservare.



Fig. 1. Buncăre



Fig. 2. Silozuri

Când înălțimea vasului este de același ordin de mărime cu dimensiunile lui transversale, el poartă denumirea de buncăr propriu-zis, iar când înălțimea este mult mai mare în raport cu dimensiunile secțiunii transversale, vasul poartă denumirea de siloz.

Din punctul de vedere al destinației se deosebesc buncăre de primire, care servesc la depozitarea materialelor până la încărcarea lor în mijloace de transport, buncăre de alimentare (continuă sau discontinuă) cu material a unor mașini de lucru (uscătoare, amestecătoare, cristalizoare etc.) și buncăre dozatoare, care servesc la dozarea cantității de material din cadrul unei instalații.

Buncărele sunt recipiente, cu diverse forme constructive (cilindrice, conice, prismatice, piramidale sau combinații ale acestora), destinate păstrării temporare sau mai îndelungate a materialelor pulverulente și granulare.

Pentru înlesnirea golirii buncărelor acestea sunt prevăzute la partea inferioară cu o pâlnie de golire. Pâlnia de golire are, pentru buncărele cilindrice, forma unui con circular drept iar, pentru buncărele prismatice, forma unei piramide cu baza pătrată sau dreptunghiulară, simetrică.

Materialele pulverulente și granulare, indiferent de procesul tehnologic în care apar, sunt amestecuri polidisperse de particule cu forme și dimensiuni diferite. În unele situații ele sunt sortate, adică particulele sunt apropiate ca formă, iar dimensiunile sunt cuprinse într-un spectru restrâns de valori.

Aceste materiale se caracterizează prin faptul că prezintă atât frecare internă cât și o anumită aderență între particule astfel că ele pot prelua numai tensiuni de compresiune și forfecare și numai într-o mică măsură (atât cât permite adeziunea dintre particule) tensiuni de întindere. Comportarea acestor materiale în buncăre este specifică și este determinată de proprietățile lor reologice.

În lucrarea de față se au în vedere pâlniile de golire de forma unui trunchi de piramidă pătrată, simetrică și de forma unui troncon circular drept.

2. Pâlnie de golire piramidală

Pentru golirea sigură și continuă a buncărului, gura de golire trebuie să aibă o astfel de dimensiune încât deasupra acesteia să nu se formeze bolți de material iar unghiul la vârf al pâlniei să permită scurgerea sigură și stabilă a materialului prin ea.

Pentru definirea și stabilirea unghiurilor și dimensiunilor caracteristice ale pâlniei de golire și ale elementelor ei componente se utilizează figura 3 [2].

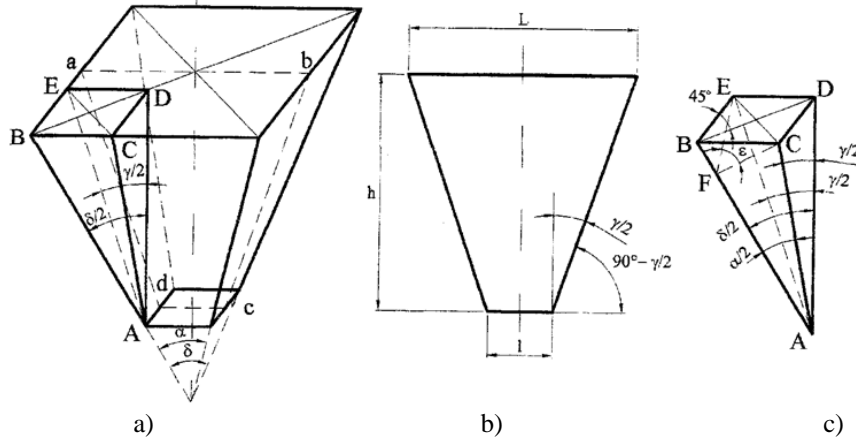


Fig. 3. Pâlnie de golire piramidală

a)-Dimensiuni caracteristice ale pâlniei de golire; b)-secțiunea longitudinală prin pâlnia de golire; c)-detaliu al pâlniei de golire.

2.1. Dimensiunile caracteristice ale pâlniei de golire

Aceste dimensiuni sunt (v. fig.1):

- Lungimea laturii bazei mari a pâlniei de golire, egală cu lungimea laturii bazei buncărului L ;
- Lungimea laturii bazei mici a pâlniei de golire (dimensiunea gurii de golire) l ;
- Înălțimea pâlniei de golire h ,
- Lungimea muchiei dintre doi pereți alăturați ai pâlniei de golire L_m .

2.2. Unghiurile caracteristice ale pâlniei de golire

Unghiul la vârf al pâlniei

Pentru ca materialul să alunece în lungul pereților pâlniei trebuie îndeplinită condiția:

$$\gamma_0 = 90^\circ - \gamma/2 > \varphi_1, \quad (1)$$

în care $\gamma_0 = 90^\circ - \gamma/2$ este unghiul de înclinare al fețelor trunchiului de piramidă (pâlniei) față de planul orizontal (γ este unghiul la vârf al pâlniei, adică unghiul dintre doi pereți opuși ai acesteia) (fig. 3, b) iar φ_1 - unghiul de frecare externă al materialului pe peretele pâlniei ($\varphi_1 = \arctg f_1$, φ_1 , -unghiul de frecare extenă). Unghiul la vârf al pâlniei γ este dat de relația:

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{L-l}{2h}, \quad (2)$$

unde mărimile geometrice caracteristice ale pâlniei L , l și h au fost definite anterior.

Unghiul la vârf dintre două muchii opuse ale pâlniei

Acest unghi este determinat de raportul (fig. 3, a, c)

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{BD}{AD}, \quad (3)$$

în care

$$BD = \frac{BC}{\cos 45^\circ} = \frac{(L-l)/2}{\cos 45^\circ} = \frac{L-l}{\sqrt{2}}, \quad (4)$$

și $AD = h$

Ținând seama de expresiile (4), relația (3) devine:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{L-l}{h}, \quad (5)$$

sau,utilizând și relația (2) se obține o corelație între unghiul la vârf al pâlniei, γ și unghiul la vârf dintre două muchii opuse, δ :

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}, \quad (6)$$

Unghiul de înclinare al fiecărei muchii a trunchiului de piramidă (pâlniei) față de planul orizontal este:

$$\delta_0 = 90^\circ - \frac{\delta}{2}$$

Unghiul dintre muchiile aferente aceluiași perete al pâlniei

Unghiul α dintre muchiile aferente aceluiași perete al pâlniei este determinat de relația (fig. 3, c):

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{BC}{CA}, \quad (7)$$

în care

$$BC = ED = (L-1)/2, \quad (8)$$

iar CA se determină din relația:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{ED}{EA} = \frac{BC}{CA}, \quad (9)$$

din care rezultă:

$$CA = \frac{L-1}{2} \cdot \frac{1}{\sin(\gamma/2)}, \quad (10)$$

Ținând seama de relațiile (8) și (10), din expresia (7) se obține o corelație între unghiul dintre muchiile aferente aceluiași perete, α și unghiul la vârf al pâlniei, γ :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sin \frac{\gamma}{2}, \quad (11)$$

Unghiul diedru dintre doi pereți alăturați ai pâlniei

Unghiul diedru ε dintre doi pereți alăturați ai pâlniei este dat de relația (fig. 4, b):

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \frac{EC/2}{CF}, \quad (12)$$

Utilizând figura 4, a, care reprezintă fața BCA a prisme $ABCDE$ din figura 1, c, se obține:

$$CF = BC \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{L-1}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}, \quad (13)$$

De asemenea, utilizând figura 1, c și relația (4), rezultă:

$$EC = BD = \frac{L-1}{\sqrt{2}}, \quad (14)$$

Ținând seama de EC și CF definite de relațiile (14), respectiv (13) expresia (12) capătă forma:

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\cos(\alpha/2)}, \quad (15)$$

care reprezintă o corelație între unghiul diedru ε dintre doi pereți alăturați și unghiul α dintre muchiile aferente aceluiași perete al pâlniei.

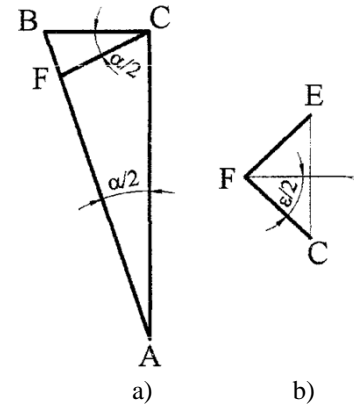


Fig. 4. Elemente ale detaliului pâlniei (figura 1, c). a) - fața ABC a piramidei (detaliul din figura 1, c); b) - secțiunea BFC prin detaliul din figura 1, c.

2.3. Determinarea lungimii muchiei dintre doi pereți alăturați ai pâlniei de golire

Lungimea L_m a muchiei dintre doi pereți alăturați ai pâlniei de golire se determină cu relația (fig. 3, c)

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{BD}{BA}, \quad (16)$$

în care mărimea BD este definită de relația (4).

Din expresia (16) rezultă:

$$AB = L_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{L-1}{\sin(\delta/2)}, \quad (17)$$

sau, după transformări,

$$L_m = \frac{L-1}{2 \sin(\gamma/2) \cdot \cos(\alpha/2)}, \quad (18)$$

2.4. Determinarea unghiului la vârf al pâlniei de golire

Prin pâlniile piramidale materialul aflat în buncăr se scurge mai greu decât prin cele conice deoarece materialul trebuie să curgă nu numai în lungul pereților ci și în lungul „jgheaburilor” formate între pereții adiacenți. Pentru ca materialul să alunece în lungul unui asemenea „jgheab” trebuie ca unghiul de înclinare al muchiei „jgheabului” față de planul orizontal să fie mai mare decât unghiul de frecare externă al materialului pe perete, adică:

$$\delta_0 = 90^\circ - \frac{\delta}{2} > \varphi_1, \quad (19)$$

din care rezultă că unghiul dintre două muchii opuse ale pâlniei trebuie să satisfacă condiția:

$$\delta = \angle 180^\circ - 2\varphi_1, \quad (20)$$

Materialul alunecă pe „jgheab” sub acțiunea greutății proprii iar alunecării i se opune forța de frecare dintre material și pereții „jgheabului” (fig. 4) [2]. Ecuațiile de echilibru ale forțelor scrise după direcția muchiei și după normala la aceasta sunt (fig. 5):

$$\begin{cases} 2f_1 N = G \cos \frac{\delta}{2} \\ 2N \sin \frac{\varepsilon}{2} = G \sin \frac{\delta}{2} \end{cases}, \quad (21)$$

în care G este greutatea materialului de pe „jgheab”; N - reacțiunea normală a „jgheabului” față de material; f_1 - coeficientul frecării externe dintre material și „jgheab”.

Împărțind membru cu membru ecuațiile (21) se obține:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\sin(\varepsilon/2)}{f_1}, \quad (22)$$

sau, ținând seama de relațiile (6) și (15),

$$\cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2f_1}, \quad (23)$$

Deoarece:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha/2)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2(\gamma/2)}},$$

unde s-a ținut seama și de relația (11), expresia (23), după transformări,

$$\sin^4 \frac{\gamma}{2} + 2f_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2} - 1 = 0, \quad (24)$$

Rezolvând ecuația (24) se obține (s-a ținut seama numai de soluția care are sens fizic),

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\sqrt{4f_1^4 + 1} - 2f_1^2}, \quad (25)$$

din care se obține unghiul la vârf al pâlniei golire a buncărului

$$\gamma = 2 \arcsin \sqrt{\sqrt{4f_1^4 + 1} - 2f_1^2}, \quad (26)$$

Unghiul de inclinare al fiecărui perete al pâlniei față de planul orizontal este

$$\gamma_0 = 90^\circ - \frac{\gamma}{2} > \varphi_1, \quad (27)$$

Pentru a asigura golirea sigură a buncărului este necesar ca valoarea efectivă a unghiului de inclinare al peretelui pâlniei de golire față de planul orizontal să fie mai mare cu cel puțin 3° față de valoarea rezultată din calcul, utilizând relațiile (26) și (27).

Unghiul γ_0 de inclinare a peretelui pâlniei față de planul orizontal se poate determina și cu relația:

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \sqrt{2} \operatorname{tg} \delta_0, \quad (28)$$

(derivată din expresia (6)) în care $\delta_0 = \varphi_1 + (5^\circ, \dots, 10^\circ)$

Calitatea constructivă a pâlniei de golire, și deci a buncărului, depinde de adoptarea corectă a coeficientului frecării externe $f_1 = \operatorname{tg} \varphi_1$. Pentru un calcul corect al pâlniei de evacuate a buncărului, valoarea unghiului de frecare externă a materialului pe peretele pâlniei trebuie determinate experimental.

În cazul buncărelor în care se depozitează materiale umede trebuie să se țină seama și de faptul că pereții interiori ai pâlniei corodează ceea ce conduce la creșterea valorii coeficientului frecării externe f_1 .

Pentru materialele granulare sortate, umede se utilizează în locul coeficientului frecării externe f_1 , coeficientul frecării interne $f = \operatorname{tg} \varphi$ (φ - unghiul frecării interne) care are o valoare mai mare.

Pentru materialele umede cu conținut ridicat de fracțiuni fine (pulverulente și prăfoase) coeficientul de frecare pe suprafețe corodate poate fi mult mai mare decât cel de frecare internă. În această situație coeficientul de frecare externă f_1 se consideră egal cu cel de forfecare internă f_0 , adică:

$$f_1 = f_\sigma = \operatorname{tg} \varphi_\sigma = f + \frac{\tau_0}{\sigma} = f + \frac{\tau_0}{h_m \rho g}, \quad (29)$$

în care τ_0 este tensiunea de forfecare inițială și $\sigma = h_m \rho g$ - presiunea exercitată de material (h_m - grosimea stratului de material; ρ - densitatea în grămadă a materialului; g - accelerația gravitației).

În general unghiul de inclinare al peretelui pâlniei, față de planul orizontal, trebuie să aibă valoarea de cel puțin $50, \dots, 60^\circ$ [3, 4].

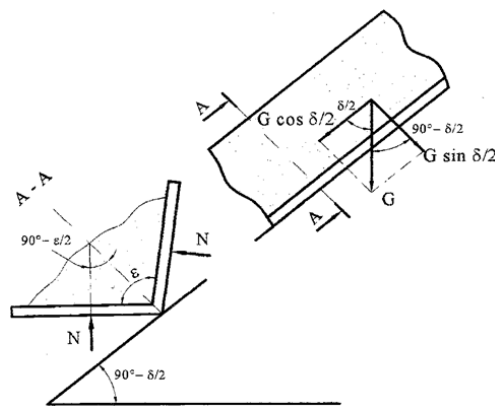


Fig. 5. Scurgerea materialului pe „jgheabul” muchiei pâlniei

3. Pâlnie de golire conică

3.1. Unghiul la vârf al pâlniei

Pâlnia de golire conică are, de regulă, forma unui troncon obținut dintr-un con circular drept. Unghiul de înclinare al generatoarei pâlniei conice față de planul orizontal are valoarea mai mică decât unghiul de înclinare al pereților pâlniei piramidale față de planul orizontal deoarece, la pâlnia conică, datorită lipsei „jgheburilor” muchiilor scurgerea materialului prin ea este mult înlesnită.

Unghiul de înclinare al generatoarei pâlniei conice față de planul orizontal (fig. 6) are valoarea:

$$\gamma_0 = \varphi_1 + 3^\circ, \quad (30)$$

iar unghiul la vârf al acesteia

$$\gamma = 180^\circ - 2\gamma_0, \quad (31)$$

Când nu se cunoaște valoarea unghiului de frecare externă φ_1 , dintre material și peretele pâlniei, unghiul de înclinare al generatoarei pâlniei față de planul orizontal se determină cu relația [4]

$$\gamma_0 = \varphi + (5^\circ, \dots, 10^\circ), \quad (32)$$

unde φ este unghiul de frecare internă care, pentru materiale necoezive (care curg ușor), poate fi considerat egal cu unghiul taluzului natural.

Această relație se utilizează și pentru materiale umede care, datorită faptului că ele corodează suprafața interioară a peretelui, conduc la valori mai mari ale unghiului frecării externe dintre material și pâlnie.

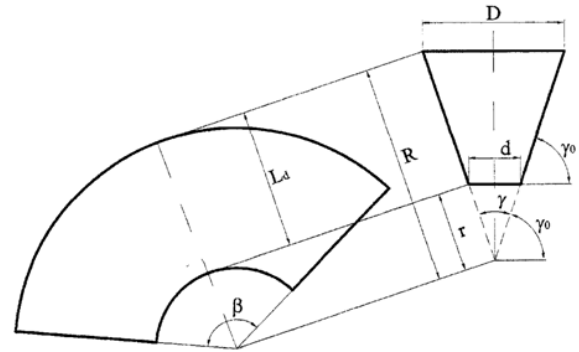


Fig. 6. Desfășurata pâlniei conice

3.2. Desfășurata pâlniei

Pentru realizarea pâlniei de golire conice este necesară trasarea desfășuratei acesteia. Utilizând figura 6, rezultă cotele necesare trasării desfășuratei:

- Raza exterioară

$$R = \frac{D}{2 \cos \gamma_0}, \quad (33)$$

- Unghiul desfășuratei se determină din egalitatea

$$\pi D = R\beta = \frac{D}{2 \cos \gamma_0} \beta$$

- Raza interioară

$$r = \frac{d}{2 \cos \gamma_0}, \quad (34)$$

Rezultă

$$\begin{cases} \beta = 2\pi \cos \gamma_0, \text{ radiani} \\ \beta = 360^\circ \cos \gamma_0, \text{ grade} \end{cases} \quad (36)$$

- Lățimea desfășuratei (lungimea generatoarei pâlniei conice)

$$L_d = R - r = \frac{D}{2 \cos \gamma_0} - \frac{r}{2 \cos \gamma_0} = \frac{D - d}{2 \cos \gamma_0}, \quad (35)$$

4. Dimensiunea gurii de golire a pâlniei

Dimensiunea gurii de golire a pâlniei se determină astfel încât să se realizeze o scurgere sigură și stabilă a materialului din buncăr. Pentru aceasta trebuie să se evite formarea bolților de material deasupra gurii de scurgere.

Fenomenul formării bolților deasupra orificiului de scurgere se observă, îndeosebi, la buncărele pentru depozitarea materialelor coezive (în special materiale umede).

La deschiderea închizătorului, din buncăr se scurge numai o cantitate mică de material, deasupra gurii de evacuare formându-se o boltă care oprește scurgerea în continuare a materialului. Formarea bolților în buncăre este un fenomen des întâlnit, diferitele modalități de evitare a formării bolților (fluidizarea materialului cu insuflare de aer sau prin vibrații) având o eficiență limitată.

Funcționarea sigură a buncărelor poate fi asigurată numai prin dimensionarea corectă a gurii de evacuare, ținând seama de proprietățile reologice ale materialelor depozitate.

Procesul de formare a bolților deasupra gurii de golire a buncărelor cuprinde următoarele faze:

- deformarea elastică a materialului din zona orificiului de golire, caracterizată prin faptul că presiunea verticală în material scade treptat;

- deformarea plastică a materialului (îndesarea), care se caracterizează prin aceea că presiunea verticală scade continuu, devenind mai mică decât presiunea orizontală;

- procesul continuă până când presiunea verticală devine nulă, iar în planele verticale apar tensiuni tangențiale;

- dacă forța tăietoare datorată tensiunilor tangențiale care acționează pe conturul gurii de golire devine suficient de mare pentru a prelua greutatea materialului aflat deasupra, atunci se formează o boltă stabilă, care împiedică scurgerea materialului (fig. 7) [1].

Pe suprafața liberă a bolții $p_v = 0$, iar pe conturul bolții $\tau = \tau_b$.

Pentru a asigura scurgerea sigură a materialului, fără formare de bolți, trebuie ca gura de evacuare a buncărului să aibă o anumită dimensiune.

Dimensiunea minimă a gurii de evacuare pentru care nu se formează bolta se obține din condiția ca forța de greutate a materialului de deasupra gurii de golire să fie preluată de forța tăietoare corespunzătoare tensiunilor tangențiale din material de pe conturul acesteia (fig. 8).

$$A\Delta h\rho g = P\Delta h\tau_b, \quad (37)$$

unde A este aria orificiului de golire, P - perimetrul acestuia; ρ - densitatea aparentă a materialului; g - accelerația gravitației; τ_b - tensiunea de forfecare

Se obține raza hidraulică a orificiului de golire:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\tau_b}{\rho g}, \quad (38)$$

Deoarece (v. fig. 8)

$$\tau_b = \tau_0(1 + \sin\varphi), \quad (39)$$

în care τ_0 este tensiunea inițială de forfecare, relația (38) devine:

$$R = \frac{\tau_0(1 + \sin\varphi)}{\rho g}, \quad (40)$$

Pentru gura de evacuare circulară, cu diametrul d , din relația (40) rezultă:

$$R = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{\tau_0(1 + \sin\varphi)}{\rho g} \Rightarrow d = 4\tau_0 \frac{1 + \sin\varphi}{\rho g}, \quad (41)$$

Ținând seama că $\sin\varphi = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$, relația (41) poate fi pusă sub forma:

$$d = \frac{4\tau_0}{\rho g} \left(1 + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}} \right), \quad (42)$$

Pentru alte forme ale gurii de evacuare se va proceda în mod similar. Astfel, pentru gura de scurgere de formă pătrată cu latura egală cu l , relația (40) devine:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{l^2}{4l} = \frac{l}{4} = \frac{\tau_0(1 + \sin\varphi)}{\rho g}, \quad (43)$$

$$\text{din care se obține } d = 4\tau_0 \frac{1 + \sin\varphi}{\rho g}, \quad (44)$$

Pentru siguranța scurgerii valoarea dimensiunii gurii de scurgere se consideră de 1,5 ... 2,0 ori mai mare decât cea determinată de relațiile (41) și (44) [3].

Toți factorii care influențează asupra marimilor τ_0 și f , influențează și asupra dimensiunii gurii de evacuare a buncărelor.

5. Concluzii

Dimensionarea și realizarea corectă a pâlniei de golire a buncărului determină scurgerea sigură, stabilă și uniformă a materialului din buncăr. Determinarea mărimilor caracteristice (unghiul la vârf al pâlniei de golire și dimensiunea orificiului de scurgere al acesteia) trebuie să se facă ținând seama de caracteristicile reologice ale materialului depozitat în buncăr: coeficientul frecării externe f_l , coeficientul frecării interne f , coeficientul forfecării interne f_0 , tensiunea de forfecare inițială τ_0 și de caracteristicile fizice ale acestuia: dimensiunile granulelor, densitatea aparentă a materialului. Pentru o dimensionare corectă a pâlniei de golire este necesar ca aceste caracteristici fizice și reologice să fie cunoscute suficient de precis și, de aceea, ele se determină, de regula, pe cale experimentală.

Determinarea mărimilor caracteristice ale pâlniei de golire a buncărului este utilă atât pentru trasarea și controlul acestei operațiuni, în vederea debitării elementelor componente ale pâlniei.

Bibliografie

1. Ene, Gh., *Unele aspecte privind comportarea materialelor pulverulente și granulare*, Buletin Stiintific al celei de-a XXVIII-a Conferința Națională de Mecanica Solidelor, vol.V, Targoviste, mai 2004, ISBN 973-86834-7-5, p.201-207.
2. Voicu, Gh., Casandroi, T., *Utilaje pentru morar și panificație*, Vol. I, UPB, București, 1995
3. Iordache, Gh., Ene, Gh., Rasidescu, M., *Utilaje pentru industria materialelor de construcții*, Editura Tehnica, București, 1987.

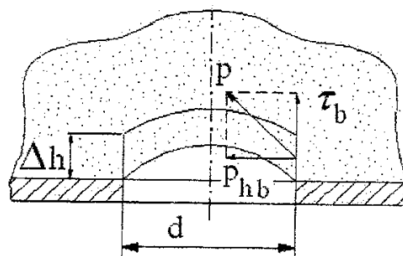


Fig. 7. Boltă de material deasupra

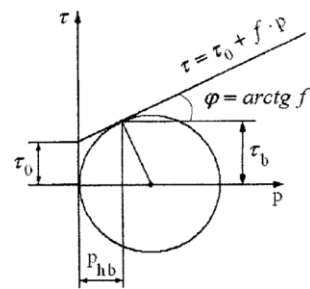


Fig. 8. Starea de tensiuni în boltă orificiului de scurgere

ASPECTE PRIVIND VECTORII PROPRII ȘI VALORILE PROPRII ÎN CINEMATICA ȘI DINAMICA CORPULUI RIGID

Autori: Bogdan Eduard I. ZAMFIR ¹, Lidia LUPUȘORU ²
zamfir93@yahoo.com, lidialupusoru@yahoo.com

Coordonatori: Șef lucr.dr. ing Răzvan Bogdan ITU ³, Lector.univ.dr. Daniel VLADISLAV ⁴

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul IV

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Tehnologia construcțiilor de mașini, anul III

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E, Departamentul de Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi

⁴ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Științe, Departamentul de Matematică-Informatică

Rezumat

Sistemele dinamice liniare formează o clasă importantă, cu aplicații largi în domenii variate ale științei și tehnicii. Acestea sunt reprezentate numeric de un set de matrice, iar proprietățile lor sunt exprimate, din punct de vedere cantitativ, în termenii elementelor acestor matrice.

Astfel stabilitatea sistemelor liniare este condiționată exclusiv de plasarea valorilor proprii ale matricei de stare a sistemului.

Scopul acestei lucrări este acela de a demonstra, prin aplicarea metodelor algebrei liniare, a unor caracteristici cinematice și dinamice ale corpului rigid.

Cuvinte cheie

Matrice, vectori proprii, valori proprii

1. Introducere

În matematică, un vector propriu al unei transformări liniare pe un spațiu vectorial este un vector nenul a cărui direcție rămâne neschimbată de către acea transformare. Factorul prin care mărimea vectorului este scalată se numește valoare proprie a acelui vector.

Deseori, o transformare este descrisă complet cu ajutorul vectorilor și valorilor sale proprii.

Aceste concepte au un rol major în mai multe ramuri ale matematicii pure și a celei aplicate. Ele apar în special în algebra liniară, în analiza funcțională și în diverse situații neliniare.

În mecanica clasică, vectorii proprii ai ecuațiilor de traiectorie corespund în mod obișnuit modurilor naturale de vibrație a unui corp, iar valorile proprii frecvențelor de vibrație respective.

Un vector propriu al unei transformări liniare pe un spațiu vectorial este un vector nenul care satisface relația:

$$[A]\{x\} = \lambda\{x\}, \quad (1)$$

În această relație $\{x\}$ este vectorul propriu corespunzător valorii proprii λ a matricei $[A]$. Dacă $[A]$ este matricea rotațiilor pentru transformarea coordonatelor în raport cu un sistem de coordonate cartezian relația (1) capătă forma:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

ce conduce la sistemul omogen de ecuații liniare:

$$\begin{cases} (a_{11} - \lambda)x + a_{12}y + a_{13}z = 0 \\ a_{21}x + (a_{22} - \lambda)y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + (a_{33} - \lambda)z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Deoarece vectorii proprii sunt nenuli, interesează doar soluțiile nebanale ale acestui sistem pentru x , y și z . Pentru ca sistemul (3) să admită soluții nebanale trebuie ca determinantul sistemului să fie nul, adică să se formeze ecuația:

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (4)$$

Din dezvoltarea acestui determinant se obține ecuația caracteristică care este un polinom de gradul trei în λ . Rezolvând ecuația caracteristică rezultă valorile proprii λ_i , $i \in \{1, 2, 3\}$. Pentru fiecare valoare proprie λ_i care se introduce în sistemul (3) se determină componentele vectorului propriu corespunzător cu aproximația unei constante.

2. Cinematica

Referitor la mișcarea rigidului cu punct fix există o teoremă a lui Euler [4], care face următoarea precizare: Teorema lui Euler: Orice deplasare a rigidului cu punct fix este echivalentă cu o rotație în jurul unei axe fixe trecând prin acel punct.

Pentru demonstrația acestei teoreme fie sistemul de referință fix $O_1x_1y_1z_1$ și sistemul de referință mobil legat de rigid, $Oxyz$ cu originile comune ($O_1 \equiv O$), figura 1. Inițial, atât originea cât și axele ambelor sisteme de referință coincid. Și fie un punct M aparținând rigidului și deci fixat în $Oxyz$. Vectorul \vec{r} de poziție al punctului M la momentul inițial, înaintea oricărei deplasări, are aceleași componente în ambele sisteme de referință, adică:

$$\vec{r} = x\vec{i}_1 + y\vec{j}_1 + z\vec{k}_1 = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (5)$$

În urma deplasării punctul M va ocupa o nouă poziție M' cu vectorul de poziție \vec{r}' . Componentele lui \vec{r}' în raport cu sistemul de referință fix vor fi diferite de cele inițiale, pe când componentele vectorului de poziție a aceluiași punct în raport cu sistemul de referință $Oxyz$ legat de rigid, rămân aceleași. Ca urmare:

$$\vec{r} = x'\vec{i}_1 + y'\vec{j}_1 + z'\vec{k}_1 = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (6)$$

Dacă se înmulțește în mod succesiv relația (2) cu 1 i , j și 1 k rezultă:

$$\begin{cases} x' = x(\vec{i} \cdot \vec{i}_1) + y(\vec{j} \cdot \vec{i}_1) + z(\vec{k} \cdot \vec{i}_1) \\ y' = x(\vec{i} \cdot \vec{j}_1) + y(\vec{j} \cdot \vec{j}_1) + z(\vec{k} \cdot \vec{j}_1) \\ z' = x(\vec{i} \cdot \vec{k}_1) + y(\vec{j} \cdot \vec{k}_1) + z(\vec{k} \cdot \vec{k}_1) \end{cases}, \quad (7)$$

Se notează:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}; [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix}; \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

Matricea pătrată $[\mathbf{R}]$ se numește matricea rotațiilor, iar $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, i \in \{1,2,3\}$ reprezintă cosinuzii directori ai axelor Ox, Oy și Oz în raport cu sistemul de referință fix (inițial). Cu notațiile de mai sus relația (7) se scrie:

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = [\mathbf{R}] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

Pentru a demonstra teorema lui Euler va trebui să se arate că există un astfel de punct M fixat în $Oxyz$, deci un vector $\vec{r} = \overline{OM}$ și $\overline{OM} = \overline{OM}'$, a cărui poziție în $O_1x_1y_1z_1$ rămâne neschimbată pe durata deplasării (mișcării) rigidului, adică există vectorul $\vec{r} = \vec{r}'$ pentru un punct oarecare M . Ca urmare pentru acest M există relația:

$$[\mathbf{R}] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

Cu alte cuvinte, matricea $[\mathbf{R}]$ lasă vectorul \vec{r} neschimbat. Ecuația (10) reprezintă o problemă de valori proprii în care se cere să se găsească un vector propriu al matricei $[\mathbf{R}]$ cu valoarea proprie $\lambda = 1$. Să presupunem că există un vector \vec{r} astfel încât matricea $[\mathbf{R}]$ îl lasă neschimbat, adică:

$$[\mathbf{R}] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [\mathbf{I}] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

unde $[\mathbf{I}]$ este matricea unitate. Ca urmare relația (11) se mai scrie:

$$([\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]) \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = 0, \quad (12)$$

Va exista o soluție nebanală pentru această ecuație omogenă dacă determinantul:

$$|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]| = 0, \quad (13)$$

Se are în vedere că matricea rotațiilor $[\mathbf{R}]$ de trecere de la un sistem de referință ortogonal la alt sistem de referință ortogonal este ortogonală și pentru o astfel de matrice prin definiție $[\mathbf{R}]^T [\mathbf{R}] = [\mathbf{R}][\mathbf{R}]^T = [\mathbf{I}]$. Ca urmare, se poate scrie:

$$[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}] = [\mathbf{R}] - [\mathbf{R}][\mathbf{R}]^T = [\mathbf{R}][\mathbf{I}] - [\mathbf{R}]^T, \quad (14)$$

Determinantul egalității de matrici (14) este:

$$|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]| = |[\mathbf{R}] \cdot |[\mathbf{I}] - [\mathbf{R}]^T||, \quad (15)$$

deoarece determinantul unui produs de matrici este egal cu produsul determinantilor. Dar, determinantul unei matrici ortogonale este egal cu unitatea. Atunci:

$$|[\mathbf{R}] \cdot |[\mathbf{I}] - [\mathbf{R}]^T|| = |[\mathbf{I}] - [\mathbf{R}]^T|, \quad (16)$$

Dacă se are în vedere că pentru o matrice pătrată $[\mathbf{A}]$ de ordin $n \times n$, $-[\mathbf{A}] = (-1)^n [\mathbf{A}]$ egalitatea (16) se continuă cu:

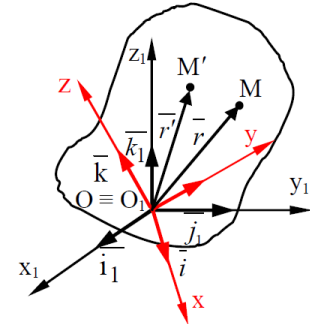


Fig. 1. Sistemul de referință fix $O_1x_1y_1z_1$ și sistemul de referință mobil legat de rigid, $Oxyz$ cu originile comune ($O_1 \equiv O$)

$$|[\mathbf{I}] - [\mathbf{R}]^T| = -|[\mathbf{R}]^T - [\mathbf{I}]|, \quad (17)$$

întrucât matricea ortogonală $[\mathbf{R}]$ este de ordinul 3×3 . Cum valoarea unui determinant nu se schimbă dacă se schimbă liniile în coloane, din relația (17) rezultă că:

$$-|[\mathbf{R}]^T - [\mathbf{I}]| = -|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]|, \quad (18)$$

Din egalitățile succesive (15) ... (18), rezultă că: $-|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]| = -|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]|$ și în final:

$$|[\mathbf{R}] - [\mathbf{I}]| = 0, \quad (19)$$

Așa dar există un vector propriu și există un vector \bar{r} astfel încât $\{r\} = [\mathbf{R}]\{r\}$ și el corespunde aceluiași punct M pentru care $\overline{OM} = \overline{OM}'$.

Consecința este că o succesiune de rotații ale rigidului cu punct fix poate înlocuită cu o simplă rotație în jurul unei axe fixe.

2. Dinamica

Legea de variație a momentului de inerție față de o dreaptă oarecare (Δ), atunci când se cunoaște tensorul momentelor de inerție $[J_o]$ în raport cu reperul Oxyz (fig. 2) și orientarea dreptei (Δ) prin cosinuși directori dați de matricea coloană $\{u\} = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ se calculează cu relația [1], [5]:

$$J_{\Delta}(\alpha, \beta, \gamma) = J_x \alpha^2 + J_y \beta^2 + J_z \gamma^2 - 2J_{xy} \alpha \beta - 2J_{xz} \alpha \gamma - 2J_{yz} \beta \gamma, \quad (20)$$

Tensorul momentelor de inerție este dat de matricea simetrică:

$$[J_o] = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{bmatrix}; \quad (21)$$

Atunci relația (21) se poate scrie sub forma

$$J_{\Delta} = \{u\}^T [J_o] \{u\}, \quad (22)$$

Pentru calculul valorilor extreme ale funcției (20) se aplică metoda multiplicărilor lui Lagrange și se construiește funcția auxiliară:

$$F = J_x \alpha^2 + J_y \beta^2 + J_z \gamma^2 - 2J_{xy} \alpha \beta - 2J_{xz} \alpha \gamma - 2J_{yz} \beta \gamma + \lambda(1 - \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2), \quad (23)$$

Din condițiile de extrem scrise pentru funcția F, rezultă sistemul algebric liniar și omogen în necunoscutele α , β și γ .

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow (J_x - \lambda)\alpha - J_{xy}\beta - J_{xz}\gamma = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow -J_{xy}\alpha + (J_y - \lambda)\beta - J_{yz}\gamma = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \gamma} = 0 \Rightarrow -J_{xz}\alpha - J_{yz}\beta + (J_z - \lambda)\gamma = 0 \end{cases} \quad (24)$$

Acest sistem algebric liniar și omogen se scrie matriceal sub forma:

$$[[J_o] - \lambda[\mathbf{I}]]\{u\} = 0, \quad (25)$$

sau

$$[J_o]\{u\} = \lambda\{u\}, \quad (26)$$

Ca urmare, problema de extrem se reduce la o problemă de vectorii proprii, $\{u_i\}$ și de valori proprii λ_i , $i = 1, 2$,

3. Pentru fiecare valoare proprie λ_i , se determină vectorii proprii $\{u_i\}$ și cu aceasta axele proprii.

Momentele principale de inerție într-un punct sunt chiar rădăcinile λ_i ale ecuației (26).

Pentru justificare se observă că pentru un λ_i fixat, ecuația (26) se scrie:

$$[J_o]\{u_i\} = \lambda_i\{u_i\}, \quad (27)$$

Dacă se amplifică această relație la stânga cu $\{u_i\}^T$ rezultă:

$$\{u_i\}^T [J_o] \{u_i\} = \lambda_i \{u_i\}^T \{u_i\}, \quad (28)$$

Dar $\{u_i\}^T \{u_i\} = 1$ ca produsul scalar al versorilor, iar $\{u_i\}^T [J_o] \{u_i\} = J_{\Delta i}$, conform relației (22), astfel încât din relația (28) rezultă că:

$$J_{\Delta i} = \lambda_i, \quad (29)$$

Așadar, momentele de inerție principale sunt chiar rădăcinile λ_i ale ecuației (27) ce se scrie detaliat sub forma:

$$\begin{vmatrix} J_x - \lambda & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y - \lambda & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (30)$$

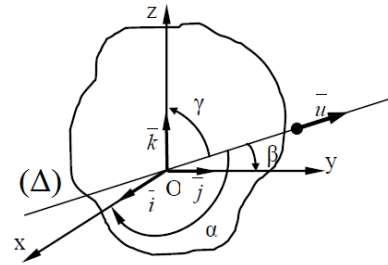


Fig. 2. Orientarea dreptei (Δ)

Dezvoltând acest determinant se obține o ecuație de gradul al treilea în raport cu parametrul λ și ale cărei rădăcini sunt reale deoarece $[J_O]$ este o matrice simetrică [3].

Prin urmare, momentele principale de inerție sunt : $J_1 = \lambda_1, J_2 = \lambda_2, J_3 = \lambda_3$. Axele principale în orice punct sunt ortogonale două câte două.

Dacă relația (27) se înmulțește la stânga cu $\{u_j\}^T$ rezultă:

$$\{u_j\}^T [J_O] \{u_i\} = \lambda_i \{u_j\}^T \{u_i\}, \quad (31)$$

Prin schimbarea între ei a indicilor i și j rezultă:

$$\{u_i\}^T [J_O] \{u_j\} = \lambda_j \{u_i\}^T \{u_j\}, \quad (32)$$

Dacă se calculează transpusa acestei relații (transpusa unui produs de matrice este egal produsul matricelor transpuse așezate în ordine inversă, iar transpusa unei matrice simetrice este egal cu matricea netranspusă) rezultă:

$$\left[\{u_i\}^T [J_O] \{u_j\} \right]^T = \lambda_j \left[\{u_i\}^T \{u_j\} \right]^T \Rightarrow \{u_j\}^T [J_O] \{u_i\} = \lambda_j \{u_j\}^T \{u_i\}, \quad (33)$$

Și dacă se scade relația (33) din (31) rezultă:

$$0 = (\lambda_i - \lambda_j) \{u_j\}^T \{u_i\}, \quad (34)$$

Dar, în general, $\lambda_i - \lambda_j \neq 0$ și deci $\{u_j\}^T \{u_i\} = 0$ adică produsul scalar al versorilor axelor principale de inerție este nul. Prin urmare, axele (Δ_i) și (Δ_j) sunt ortogonale. Rezultatele sunt adevărate pentru orice $i \neq j$ și deci cele trei axe principale de inerție sunt reciproc perpendiculare, adică formează un triedru triortogonal.

Momentele de inerție centrifugale față de axele principale ce trec prin punctul O se calculează după expresia [5]:

$$J_{\Delta_i \Delta_j} = -\{u_j\}^T [J_O] \{u_i\}, \quad (35)$$

Conform cu relația (31) $\{u_j\}^T [J_O] \{u_i\} = \lambda_i \{u_j\}^T \{u_i\}$ dar $\{u_j\}^T \{u_i\} = 0$, în raport cu axele principale de inerție, ca axe reciproc ortogonale. Urmează că $\{u_j\}^T [J_O] \{u_i\} = 0$ și deci $J_{\Delta_i \Delta_j} = 0$ și deci momentele de inerție centrifugale sunt nule în raport cu axele principale de inerție.

În raport cu orice punct O, pentru un rigid dat (masă și dimensiuni) există trei axe de inerție ortogonale două câte două iar momentele principale de inerție sunt rădăcinile ecuației caracteristice (30).

3. Exemplu

Să se determine momentele principale de inerție (MPI) și axele principale de inerție (API) pentru sistemul de bare din figura alăturată dacă se cunoaște tensorul de inerție J_O [2]:

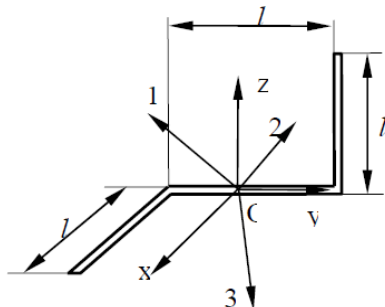


Fig. 3. Sistem de bare drepte

$$[J_O] = \frac{ml^2}{12} \begin{bmatrix} 11 & 3 & 0 \\ 3 & 8 & -3 \\ 0 & -3 & 11 \end{bmatrix}$$

Ecuația caracteristică este:

$$\begin{vmatrix} 11-\lambda & 3 & 0 \\ 3 & 8-\lambda & -3 \\ 0 & -3 & 11-\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

Rezultă polinomul: $(11-\lambda)[(8-\lambda)(11-\lambda) - 9] - 9(11-\lambda) = 0$, cu soluțiile $\lambda_1=11, \lambda_2=5, \lambda_3=14$.

Pentru $\lambda_1 = 11 \Rightarrow \alpha_1 = \gamma_1 = \pi/4; \beta_1 = 0$; Pentru $\lambda_2 = 5 \Rightarrow \alpha_2 = -\gamma_2 = -\beta_2/2 = 66^\circ, \pi/4; \beta_2 = -132^\circ$;

Pentru $\lambda_3 = 14 \Rightarrow \alpha_3 = \beta_3 = 57^\circ; \gamma_3 = -\beta_1 = -57^\circ$; Momentele principale de inerție au valorile:

$$J_1 = \frac{11}{12} ml^2, J_2 = \frac{5}{12} ml^2, J_3 = \frac{14}{12} ml^2$$

5. Concluzii

O succesiune de rotații ale rigidului cu punct fix poate înlocuită cu o simplă rotație în jurul unei axe fixe. În raport cu orice punct O, pentru un rigid dat (masă și dimensiuni) există trei axe de inerție ortogonale două câte două iar momentele principale de inerție sunt rădăcinile ecuației caracteristice.

Bibliografie

1. Pandrea N. I., *Elemente de mecanica solidelor în coordonate plückeriene* Ed. Academiei Române, 2000;
2. Ploșceanu B., ș.a., *Vectorsii proprii și valori proprii în mecanica teoretică*, Fiabilitate și Durabilitate - nr.2/2009, Editura Academica Brâncuși, Târgu Jiu, ISSN 1844 – 640X;
3. Radu C., Zlătescu A., *Algebră liniară, geometrie analitică și diferențială*, I.B.P, 1992;
4. Voinea R., Voiculescu D., Ceașu V., *Mecanica*, Ed. Didactică și Pedagogică, 1983;
5. Voinea R. P., Stroe I. V., *Introducere în teoria sistemelor dinamice*, Ed. Academiei Române, București, 2000.

ASPECTE PRIVIND REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE EXTREM ÎN MECANICĂ PRIN UTILIZAREA INEGALITĂȚII MEDIILOR

Autori: Tonia PETER¹, Raul-Vlad COTEȚIU²
peter.tonia@yahoo.com, cotetiuraul108@gmail.com

Coordonatori: Șef lucr.dr. ing Răzvan Bogdan ITU³, Prof.univ.mat.dr. Wilhelm W. KECS⁴

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Mașini și echipamente miniere, anul III

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E., Mașini și echipamente miniere, anul III

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de I.M.E, Departamentul de Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi

⁴ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Științe, Departamentul de Matematică-Informatică

Rezumat

Inegalitatea mediilor este una dintre cele mai importante și mai cunoscute inegalități din matematică și foarte des utilizată. Această inegalitate este atribuită ilustrului matematician francez Augustin-Louis Cauchy care s-a remarcat în aproape toate ramurile matematicii. În lucrare sunt puse în evidență unele aspecte privind aplicații ale inegalității mediilor la rezolvarea unor probleme de maxim și de minim din mecanică.

Cuvinte cheie

Inegalitate, matematică, aplicație, mecanică

1. Introducere

Din diversitatea problemelor de mecanică, problemele de maxim și de minim se întâlnesc frecvent în mecanică. Sunt binecunoscute și aplicate astfel de situații, cum ar fi energia potențială minimă a unui sistem mecanic ce asigură echilibrul său stabil sau principiul acțiunii minime din mecanică. În această lucrare se prezintă rezolvarea unor probleme de extrem din Mecanică prin utilizarea altor cunoștințe decât cele de calcul diferențial. O modalitate de rezolvare este utilizarea inegalității mediilor. În continuare în lucrare se prezintă mediile ce intervin în inegalitate precum și metodică rezolvării problemelor de extrem de la prin utilizarea inegalității.

2. Mediile ce intră în inegalitate

1. *Media aritmetică* Fie a și b două numere reale și pozitive. Media aritmetică a lor este numărul care se obține împărțind la 2 suma lor:

$$m_a = \frac{a + b}{2}, \quad (1)$$

Generalizând obținem că media aritmetică a n numere reale pozitive a_1, a_2, \dots, a_n se calculează după formula:

$$m_a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}, \quad (2)$$

adică împărțind suma celor n numere la numărul lor.

Observație: Media aritmetică a n numere reale pozitive este mai mare decât cel mai mic dintre numere și este mai mică decât cel mai mare dintre ele.

2. Media geometrică (media proporțională)

Media geometrică a două numere reale pozitive se calculează după formula:

$$m_g = \sqrt{ab}, \quad (3)$$

Generalizând obținem că media geometrică a n numere reale pozitive a_1, a_2, \dots, a_n se calculează după formula:

$$m_g = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}, \quad (4)$$

3. Media armonică.

Media armonică a două numere reale pozitive este:

$$m_h = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a + b}, \quad (5)$$

Generalizând obținem că media armonică a n numere reale pozitive a_1, a_2, \dots, a_n se obține după formula :

$$m_h = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}, \quad (6)$$

Observație: Media armonică este inversa mediei aritmetice a inverselor celor n numere.

4. Media pătratică

Media pătratică a numerelor pozitive a, b este numărul:

$$m_g = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}, \quad (7)$$

Media pătratică are o interpretare geometrică deosebit de interesantă.

Dacă considerăm $\triangle ABC$ dreptunghic, cu catetele de lungimi $AC = a$ și $BC = b$ evident ipotenuza AB va avea lungimea $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Construim un triunghi dreptunghic isoscel ADB , dreptunghic în D . Atunci $AD = BD = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ (fig. 1).

Deci lungimea pătratului înscris în cercul circumscris dreptunghiului de dimensiuni a, b reprezintă media pătratică a numerelor a și b .

Media pătratică a n numere reale pozitive a_1, a_2, \dots, a_n este dată de formula:

$$m_p = \sqrt{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}}, \quad (8)$$

Între toate aceste medii prezentate, există următoarea relație, cunoscută sub denumirea de inegalitatea mediilor:

$$m_{\min}(a, b) \leq m_h \leq m_g \leq m_a \leq m_p \leq m_{\max}(a, b), \text{ adică}$$

$$m_{\min}(a, b) \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \leq m_{\max}(a, b), \quad (9)$$

Egalitatea se obține atunci când cele două numere a și b sunt egale. Prin generalizare se obține:

$$m_{\min}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq m_h \leq m_g \leq m_a \leq m_p \leq m_{\max}(x_1, x_2, \dots, x_n), \text{ adică}$$

$$m_{\min}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \leq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \leq \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} \leq m_{\max}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (10)$$

Egalitatea se obține pentru $x_1 = x_2 = \dots = x_n$

3. Modalități de utilizare a inegalității lui Cauchy

Se cunoaște că: valoarea mediei aritmetice a două numere pozitive a și b nu este mai mică decât valoarea mediei geometrice ale acestora, adică.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \quad (11)$$

cunoscută în matematică sub denumirea de inegalitatea Cauchy.

În afară de aceasta, este cunoscut că egalitate $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ se respectă numai pentru $a = b$, iar inegalitatea

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ se respectă pentru } a \neq b.$$

De aici, rezultă teorema despre produsul constant: suma a două numere pozitive variabile, al căror produs este constant, are valoare minimă atunci când cele două numere sunt egale.

Din relația (11) rezultă că:

$$ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2, \quad (12)$$

Semnul „ $=$ ” se respectă pentru $a = b$, iar semnul „ $<$ ” – pentru $a \neq b$.

Rezultă teorema despre suma constantă: produsul a două numere pozitive variabile, al căror sumă este constantă, are valoare maximă atunci când cele două numere sunt egale.

Din teorema despre produsul constant rezultă teorema despre suma a două numere reciproc inverse: suma a două numere reciproc inverse a și $\frac{1}{a}$ nu este mai mică decât doi:

$$a + \frac{1}{a} \geq 2, \quad (13)$$

Într-adevăr, produsul $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ este constant. Însă, dacă $a = \frac{1}{a}$, atunci $a = 1$, iar suma $a + \frac{1}{a} = 2$. Pentru $a \neq \frac{1}{a}$,

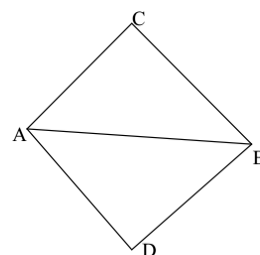


Fig.1. Interpretarea geometrică

în baza teoremei despre produsul constant, rezultă $a + \frac{1}{a} > 2$. De aceea, dacă avem funcția $y = \frac{1}{x}$, atunci $(y + x)_{\min} = 2$.

4. Gruparea problemelor rezolvate funcție de utilizarea inegalității Cauchy și a consecințelor acesteia

Problemele de extrem rezolvate prin utilizarea inegalității lui Cauchy și a consecințelor acesteia pot fi grupate în următoarele tipuri de probleme:

- probleme de extrem rezolvate prin utilizarea *teoremei despre produsul constant*;
- probleme de extrem rezolvate prin utilizarea *teoremei despre suma constantă*;
- probleme de extrem rezolvate prin utilizarea *teoremei despre suma a două numere reciproc inverse*.

În continuare, se vor prezenta unele exemple privind rezolvarea unor probleme de extrem prin utilizarea inegalității Cauchy în Mecanică.

5. Exemple de rezolvare a unor probleme de extrem prin utilizarea inegalității Cauchy

Exemplul 1. Două autovehicule A_1 și A_2 pornesc simultan din același punct M și se deplasează în aceeași direcție și în același sens cu vitezele v_1 și v_2 ($v_1 < v_2$), descriind un drum rectiliniu. După cât timp de la pornire, unghiul α sub care se văd autovehiculele dintr-un punct P , situat la distanța $PM = d$, este maxim? (fig. 2)

Rezolvare:

Notăm $MO = d_1$ depărtarea punctului M față de piciorul perpendicularei duse din P în O și cu $PO = h$ lungimea acestei perpendiculare.

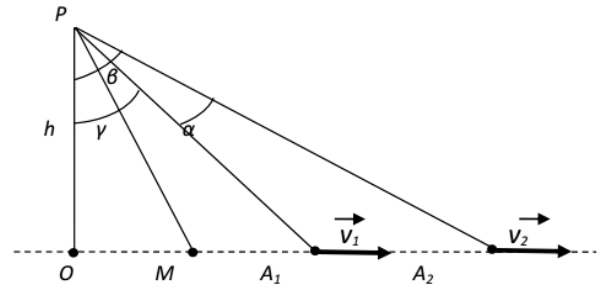


Fig.2. Compararea a două mișcări rectilinii uniforme

După timpul t de la pornire, distanțele parcurse de cele două autovehicule în mișcarea uniformă și rectilinie vor fi:

$$MA_1 = v_1 t < MA_2 = v_2 t; \quad v_1 < v_2,$$

Din fig. 1 rezultă că $\alpha = \beta - \gamma$, astfel că:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}, \quad (14)$$

Din ΔPOA_2 , avem:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{OA_2}{PO} = \frac{OM + MA_2}{PO} = \frac{d_1 + v_2 t}{h}, \quad (15)$$

iar din ΔPOA_1 , avem

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{OA_1}{PO} = \frac{OM + MA_1}{PO} = \frac{d_1 + v_1 t}{h}, \quad (16)$$

Substituind relațiile (15) și (16) în (14), obținem:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h(v_2 - v_1)}{\frac{h^2 + d_1^2}{t} + v_1 v_2 t + d_1(v_1 + v_2)}, \quad (17)$$

Dar, cum se vede din fig. 1:

$$h^2 + d_1^2 = PM^2 = d^2, \quad (18)$$

și deci

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h(v_2 - v_1)}{\frac{d^2}{t} + v_1 v_2 t + d_1(v_1 + v_2)}, \quad (19)$$

Unghiul $\alpha \rightarrow \max$ dacă $\frac{d^2}{t} + v_1 v_2 t \rightarrow \min$.

Conform teoremei despre produsul constant, suma a două numere pozitive variabile, al căror produs este constant, are valoare minimă, atunci când cele două numere sunt egale.

Rezultă că:

$$\frac{d^2}{t} = v_1 v_2 t; \Rightarrow t = \frac{d}{\sqrt{v_1 v_2}}, \quad (20)$$

Exemplul 2.

Două corpuri A și B sunt lăsate să cadă liber de la înălțimea H. Corpul A cade liber până la sol, iar corpul B întâlnește la înălțimea h, față de sol, un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 45^\circ$ față de orizontală, cu care se ciocnește perfect elastic. Să se calculeze înălțimea $h \in [0, H]$, pentru care raportul dintre timpul t_B de cădere pînă la sol a corpului B și timpul t_A de cădere a corpului A este maxim. Se neglijează rezistența aerului.

Rezolvare:

Timpul de cădere liberă a corpului A (fig. 3) se determină prin relația:

$$H = \frac{gt_A^2}{2} \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}}, \quad (21)$$

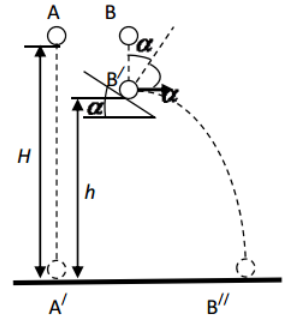


Fig.3. Compararea a două mișcări

iar timpul de cădere a corpului B se compune din doi timpi de cădere pe porțiunile BB' și $B'B''$:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_B = t_{B_1} + t_{B_2} \\ H - h = \frac{gt_{B_1}^2}{2} \Rightarrow t_{B_1} = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} \\ h = \frac{gt_{B_2}^2}{2} \Rightarrow t_{B_2} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad (22)$$

Facem raportul celor doi timpi:

$$\frac{t_B}{t_A} = \frac{\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \sqrt{\frac{2h}{g}}}{\sqrt{\frac{2H}{g}}} = \sqrt{1 - \frac{h}{H}} + \sqrt{\frac{h}{H}}, \quad (23)$$

Notând $x = \frac{h}{H}$, unde $x \in [0, 1]$, obținem:

$$\frac{t_B}{t_A} = \sqrt{1-x} + \sqrt{x} \Rightarrow \left(\frac{t_B}{t_A} \right)^2 = 1 + 2\sqrt{x(1-x)}, \quad (24)$$

Conform teoremei despre suma constantă, produsul a două numere pozitive variabile, al căror sumă este constantă, are valoare maximă atunci cînd cele două numere sunt egale. Rezultă că $\frac{t_B}{t_A} \rightarrow \max$, atunci cînd:

$$x = 1-x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = \frac{H}{2}, \quad (25)$$

Înlocuind valoarea lui x din relația (25) în (24) obținem:

$$\left(\frac{t_B}{t_A} \right)_{\max} = \sqrt{2}, \quad (26)$$

Exemplul 3

Două forțe concurente F_1 și F_2 , ale căror direcții fac un unghi α , au mărimi variabile, însă

suma acestor mărimi este constantă și este egală cu F.

Să se determine mărimea fiecăruia din cele două forțe, astfel încât mărimea rezultantei lor R să fie minimă,

precum și această valoare minimă. Să se analizeze rezultatul

obținut în funcție de unghiul $\alpha \in [0, \pi]$ considerând trei cazuri: $\alpha < \frac{\pi}{2}$,

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ și $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Aplicație numerică: $\alpha = 60^\circ$ și $F = 4N$.

Rezolvare:

Rezultanta R a celor două forțe se determină prin aplicarea teoremei cosinusului în triunghiul forțelor (fig. 4):

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(\pi - \alpha), \quad (17)$$

de unde, obținem:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 \pm 2F_1F_2 \cos(\pi - \alpha)}, \quad (28)$$

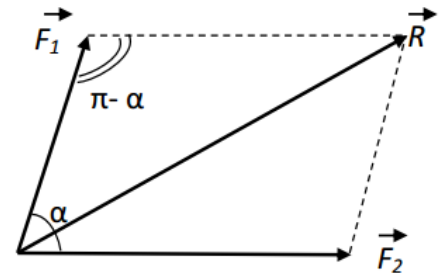


Fig. 4. Rezultanta a două forțe concurente

Semnul “ + ” în relația (18) se pune dacă $\alpha < \frac{\pi}{2}$, iar semnul “ - ” se pune dacă $\alpha > \frac{\pi}{2}$. Dacă $\alpha = \frac{\pi}{2}$ este

evident că produsul $2F_1F_2 \cos \frac{\pi}{2}$ este nul.

Luând în considerare enunțul problemei, avem:

$$F_1 + F_2 = F \Rightarrow F_1^2 + F_2^2 = F^2 - 2F_1F_2, \quad (29)$$

Substituind relația (19) în (18), obținem:

$$R = \sqrt{F^2 - 2F_1F_2(1 \pm \cos \alpha)}, \quad (30)$$

Conform teoremei despre suma constantă: produsul a două numere pozitive variabile, al căror sumă este constantă, are valoare maximă atunci când cele două numere sunt egale.

Rezultă că $R \rightarrow \max$, atunci când $2F_1F_2 \rightarrow \max$, iar aceasta se îndeplinește dacă:

$$F_1 = F_2 = \frac{F}{2}, \quad (31)$$

În acest caz:

$$R = F \sqrt{\frac{1 \pm \cos \alpha}{2}}, \quad (32)$$

Consecințe:

- dacă $\alpha < \frac{\pi}{2}$, $R_{\min} = F \cos \frac{\alpha}{2} = 4N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}N$;

- dacă $\alpha > \frac{\pi}{2}$, $R_{\min} = F \sin \frac{\alpha}{2} = 4N \cdot \frac{1}{2} = 2N$;

- dacă $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $R_{\min} = F \frac{\sqrt{2}}{2} = 4N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}N$.

Exemplul 4

Trei bile perfect elastice de mase m_1 , m_2 și m_3 sunt așezate în linie dreaptă pe un plan neted fără frecări. Se imprimă primei bile viteza v_1 ; ea ciocnește bila a doua, iar aceasta ciocnește la rândul ei bila a treia. Să se calculeze pentru ce valoare a masei m_2 bila a treia va avea viteza maximă și să se determine această viteză maximă (problema lui Huygens).

Rezolvare:

Scriem legea conservării impulsului și legea conservării energiei la ciocnirea bilelor de masă m_1 și m_2 :

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad (33)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2}, \quad (34)$$

Din relația (33) exprimăm v'_1 , expresia căruia o înlocuim în relația (34) și făcând transformările de rigoare obținem:

$$v'_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \quad (35)$$

Scriem legea conservării impulsului și legea conservării energiei la ciocnirea bilelor de masă m_1 și m_2 :

$$m_2 v'_2 = m_2 v''_2 + m_3 v'_3, \quad (36)$$

$$\frac{m_2 v'^2_2}{2} = \frac{m_2 v''^2_2}{2} + \frac{m_3 v'^2_3}{2}, \quad (37)$$

Din relațiile (36) și (37), cu utilizarea relației (35), obținem:

$$v'_3 = \frac{4m_1 v_1}{m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} + m_1 + m_3}, \quad (38)$$

Condiția $v'_3 \rightarrow \max$ se îndeplinește dacă $m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} \rightarrow \min$. Conform teoremei despre produsul constant,

suma a două numere pozitive variabile, al căror produs este constant, are valoare minimă, atunci când cele două numere sunt egale. Rezultă că:

$$m_2 = \frac{m_1 m_3}{m_2} \rightarrow m_2 = \sqrt{m_1 m_3}, \quad (39)$$

Substituind relația (29) în (28) obținem

$$v'_3 = \frac{4m_1v_1}{(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2})^2}, \quad (40)$$

Șirul problemelor de acest tip poate continua. Este important aplicarea corectă a algoritmilor descriși în problemele rezolvate.

6. Utilizarea inegalității dintre media armonică și cea aritmetică

Exemplul 5

Două mobile parcurg același drum, primul cu viteză constantă v , cel de-al doilea parcurgând 2 porțiuni egale cu vitezele v_1, v_2 , a căror medie aritmetică este v . Care mobil parcurge drumul mai repede?

Rezolvare:

Notăm distanța cu $D=2d$, iar timpii de parcurgere cu t_1 (pentru primul mobil) și t_2 (pentru al doilea mobil).

$$t_1 = \frac{D}{v} = \frac{2d}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = \frac{4d}{v_1 + v_2}, \quad (41)$$

$$t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = d \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

Aplicăm inegalitatea $m_h \leq m_a$ pentru v_1 și v_2 și obținem:

$$\frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \leq \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{4}{v_1 + v_2} \leq \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d \cdot \left(\frac{4}{v_1 + v_2} \right) \leq d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) \Rightarrow t_1 \leq t_2 \quad (42)$$

În concluzie, mobilul care merge cu viteză constantă ajunge la destinație în cel mai scurt timp.

7. Concluzii

Rezolvarea problemelor de maxim și minim contribuie eficient la realizarea competențelor transdisciplinare, realizează atât integrarea diferitor cunoștințe matematice cu cele dobândite în cadrul studierii altor discipline, cât și utilizarea acestora în diverse domenii. Importanța acestor probleme este deosebită din punctul de vedere al aplicațiilor practice.

A folosi o inegalitate, necesită din partea utilizatorului o intuiție bogată și ingeniozitate sporită și prin urmare nu se poate da o metodă generală în acest sens. În afară de toate acestea, rezolvarea problemelor prin diferite metode este orientată și educația estetică a studenților. Anume în astfel de situații studenții învață de sinestătător să găsească soluții simple și utile ale problemelor, se deprind a vedea legăturile dintre diferite aspecte ale matematicii și mecanicii și, prin urmare, vor înțelege mai ușor legătura dintre cele două discipline.

Este util să se rezolve probleme, la care pot fi aplicate mai multe metode de soluționare și care cuprind un volum de cunoștințe interdisciplinare.

Bibliografie

1. Antohe, F., M., *Inegalitatea mediilor și aplicațiile ei*, Lucrare științifică, Editura Sfântul Ierarh Nicolae, 2010, ISBN 978-606-8129-61-7, http://lectura.bibliotecadigitala.ro/florintohe/Inegalitatea_medilor_si_aplicatiile_ei.pdf
2. Macari, P., Macari, L., *Aplicații ale inegalității mediilor la rezolvarea problemelor*, Conferința Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice Chișinău, Moldova, 28-29 februarie, Pag. 97-102, 2020, https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/vol.1-97-102.pdf
3. Popa, M., *Rezolvarea problemelor de extrem la mecanică prin utilizarea inegalității Cauchy*, Fizica și Tehnologiile Moderne, Numărul 3-4(47-48) / 2014 / ISSN 1810-6498 /ISSNe 2537-6349
4. Sfichi, R., *Probleme de limită și extrem în fizică*, București, Editura didactică și pedagogică, 1979;
5. Sfichi, R., Rusu, C., *Cu privire la unele metode elementare de rezolvare a problemelor de extrem la fizică*, Revista de fizică EVRICA, 2002, Nr. 1 (137), p. 19-22;

ANALIZA CINEMATICĂ A CUPLAJULUI UNGHIULAR KOENIGS

Autori: Bogdan Ioan MARC ¹, Daniel Cosmin VITAN ²
bogdanmarc94@yahoo.com, vitan.daniel.cosmin@gmail.com,

Coordonator: Șef lucrări dr.ing. Gheorghe-Bogdan URDEA ³

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea: Doctorand, anul III

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea Doctorand, anul III

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, Departamentul de Inginerie Mecanică Industrială și Transporturi:

Rezumat

În lucrare se prezintă rezultatele analizei cinematice efectuate asupra cuplajului unghiular de tip Koenigs utilizând o metodă originală ce are la bază matricele elementare de transformare.

Cuvinte cheie

Analiza cinematica, cuplaj Koenigs, formalismul Hartenberg-Denavit

1. Considerații generale

În categoria cuplajelor mobile, cuplajele unghiulare homocinetice prezintă un interes deosebit. Ele sunt întâlnite în literatura de specialitate sub diverse denumiri: cuplaje Koenigs [9], șurub din Sankt-Petersburg [5,10], cuplaj prin angrenare [8]. Aceste cuplaje conțin în structura lor lanțuri cinematice articulate cu cuple congruente ale căror axe sunt concurente formând mecanisme spațiale de tip RCCR sau RCRCR, RCSCR.

Aplicațiile practice ale acestor cuplaje sunt relativ restrânse. Ele se folosesc la mașini unelte [9], prese și mașini de găurit (burghiere) [7,11], în locul angrenajului conic [8] și, mai recent, la manipuloare și roboți [9],

În literatura de specialitate indigenă [5] cuplajul Koenigs este cunoscut mai ales sub denumirea de „Șurubul din Sankt Peiersburg” fiind folosit în structura mecanismelor, ca reprezentat, ușor de exemplificat, al mecanismelor din familia 1. Singurele cărți care abordează și analiza cinematică a acestui mecanism sunt Mecanica (Atanasiu 1973) și Introducere în Teoria Mecanismelor (Handra- Luca,1982). În prima dintre acestea analiza se realizează prin scrierea ecuațiilor care exprimă echilibrul vectorilor viteze unghiulare relative, $\bar{\omega}_{i,i+1}$ și a cuplurilor de vectori viteze liniare relative $\bar{v}_{A_i,i+1}$ iar în cea de a doua, prin scrierea proiecțiilor și derivatelor deplasării barei cotite, pe axe referențialului fix, central.

În lucrarea de față se prezintă analiza cinematică (poziții, viteze și accelerații) prin folosirea formalismului Hartenberg - Denavit al transformării sistemelor de coordonate.

2. Descrierea cuplajului

Cel mai vechi cuplaj de acest tip a fost brevetat în Anglia și apoi în Germania în anul 1895 (DPR 34855) [9], Acest cuplaj prezentat în fig.1 are la bază legarea în paralel și în unghi drept a șase lanțuri cinematice tetramobile identice de tip C-C (cuplă cilindrică - cuplă cilindrică).

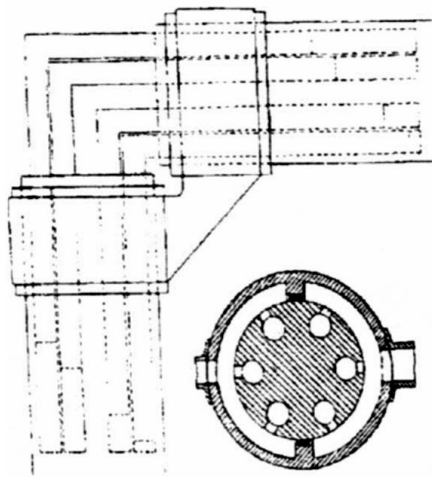


Fig. 1.

În cazul cuplajului din fig. 1, poziția arborilor cuplați este *invariabilă*, la fel ca și construcțiile din fig. 2, la care unghiul dintre arborii cuplați poate fi mai mare sau mai mic de 90° (acest lucru este permis de mișcarea de translație spațială a barelor cotite). Mecanismul spațial format (R-C-C-R) este tipic din familia I [3,4,5,7,10]. Pentru ca poziția arborilor cuplați să fie variabilă, în cotul barei cotite s-a introdus o articulație cu axa perpendiculară pe planul barei (fig.3) - brevet Germania nr. 843435/1949.

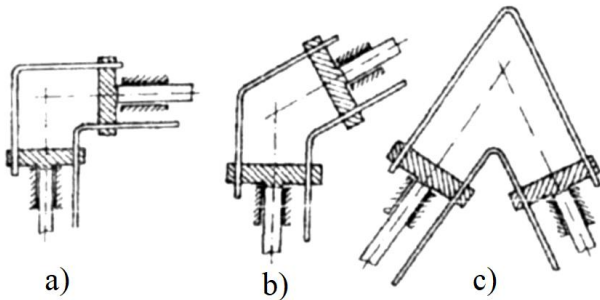


Fig. 2.

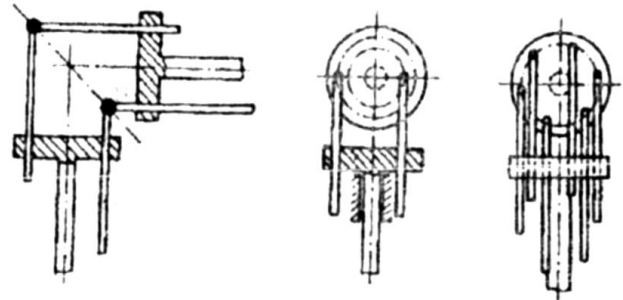


Fig. 3.

Mecanismele formate în construcțiile din fig. 3 devin de tipul R-C-R-C-R cu grad de mobilitate 2. O idee asemănătoare fusese deja brevetată în anul 1805 (brevet Germania 202992), fig.4. Cuplajul mobil din fig. 4 conține două lanțuri cinematice paralele identice de tipul C-S-C (cuplă cilindrică - cuplă sferică - cuplă cilindrică). Dacă mecanismul R-C-R-C-R din fig.3 conține o mobilitate în plus față de mecanismul R-C-C-R, cel din fig.4 (R-C-S-C-R) conține două mobilități în plus. Prin urmare, cuplajul din fig.4 este unghiular-axial, homocinetic cu două mobilități pasive cinematic.

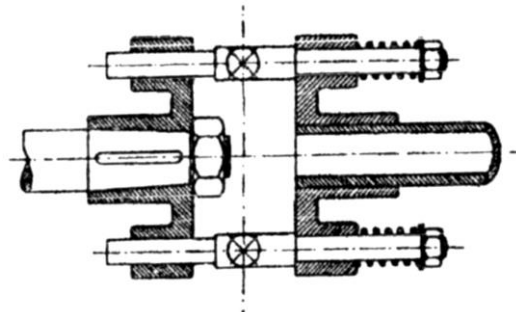


Fig. 4.

Din analiza construcțiilor prezentate în figurile 1-4, se pot extrage următoarele proprietăți structurale ale cuplajelor Koenigs:

- cuplajele Koenigs în variantele din figurile 1 și 2 transmit mișcarea între arbori cu poziție relativă *invariabilă*;
- unghiul dintre arborii cuplați poate fi drept (fig.1 și fig.2a), mai mare de 90° (fig.2b) și mai mic de 90° (fig.2c);
- pentru ca cuplajele menționate în fig.1,2 să poată transmite mișcarea între arbori cu poziție relativă *variabilă*, este necesară introducerea în cotul barelor a unei cuple de rotație a cărei axă să fie perpendiculară pe planul barelor; în acest caz, fig.3, lanțul cinematic tetramobil C-C se transformă în lanțul cinematic pentamobil C-R-C;
- în cazul general, cuplajele Koenigs sunt *Cuplaje mobile unghiular-axiale*, care pot funcționa, evident, și numai ca cuplaje unghiulare;
- cuplajele Koenigs pot avea două (fig. 2 a,b,c și fig.3 a,b) sau mai multe (fig. 1 și fig.3c) lanțuri cinematice paralele;
- cuplajele Koenigs sunt *homocinetice*, deoarece au ca plan de simetrie planul bisector al axelor arborilor cuplați.

Mecanismele cuplajelor Koenigs cunoscute sub denumirea de șurub din Sankt- Petersburg (fig.5) sunt tratate structural în [3,5,7,10,11], cinematic în [1,2,3,4] și cinetostatic în [6].

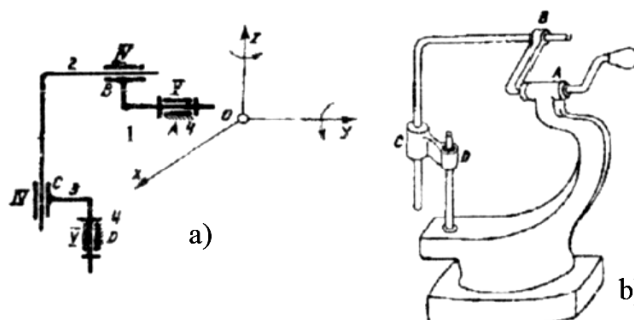


Fig. 5.

În [8] cuplajul Koenigs este prezentat ca variantă înlocuitoare a angrenajului conic.

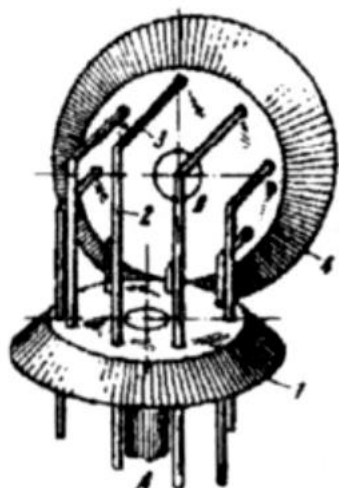


Fig. 6.

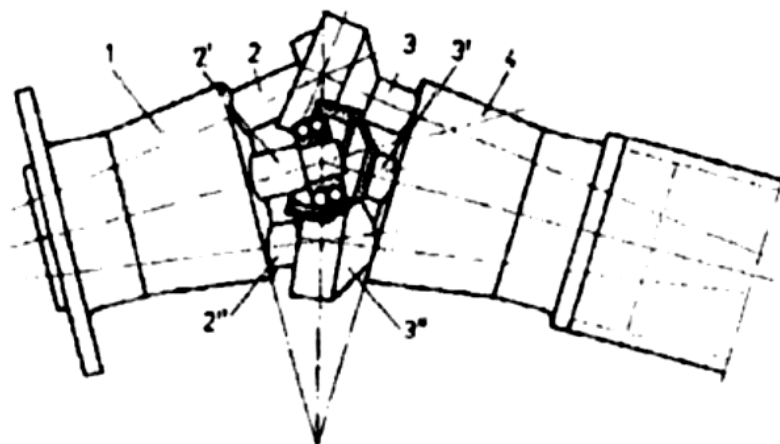


Fig. 7.

O construcție deosebit de interesantă de cuplaj Koenigs homocinetic, brevetat în 1940 în Germania (DRP 698945), este arătată în fig.7. La acest cuplaj, cuplele cilindrice au axele ușor înclinate ($5-7^\circ$) față de axele cuplelor R ale arborilor, ceea ce anulează practic posibilitatea deplasărilor axiale. În cotul barelor sunt plasate cuple sferice S, formând lanțuri paralele C-S-C cu două mobilități în plus față de ceea ce era necesar, T-S-T (cuplă de translație - cuplă sferică - cuplă de translație). Acest cuplaj a fost gândit să funcționeze numai unghiular.

Cuplajul homocinetic prezentat în fig.8 a fost brevetat în Germania în 1951 (DPR 903641). Este asemănător celui din fig.4, de care se deosebește prin soluții tehnologice moderne ale cuplelor cinematice, precum și prin dispozitivul de centrare *directă interioară*, care îl limitează numai la funcția *unghiulară*.

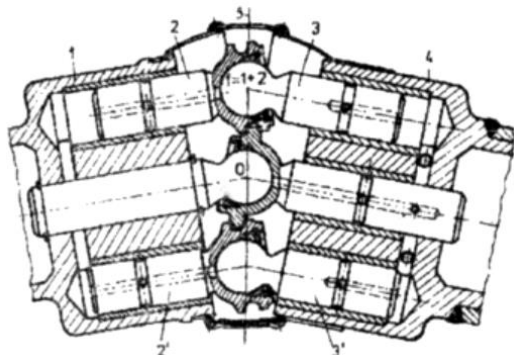


Fig. 8.

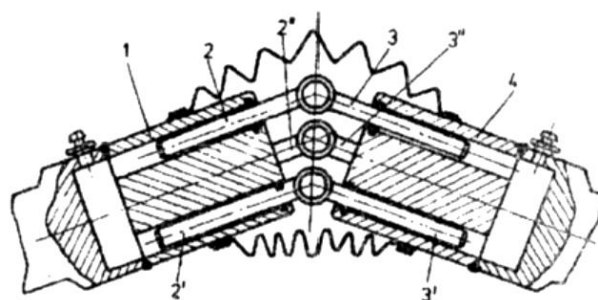


Fig. 9.

În fig.9, este arătat un cuplaj Koenigs în variantă modernă, brevetat în Germania (DPR 845453) cu patru lanțuri paralele C-R-C. Pentru utilizarea acestui cuplaj la manipuloare și roboți industriali, profesorul G.M. Herve (Ecole Centrale Paris) a propus folosirea unor rulmenți cu bile în cuplele cilindrice [9] în fig.10 este prezentată construcția celui mai recent și sofisticat cuplaj unghiular, homocinetic fabricat de firma Brodie Engn.Corp-SUA, în anii 60, pentru a fi folosit în construcția mașinilor agricole.

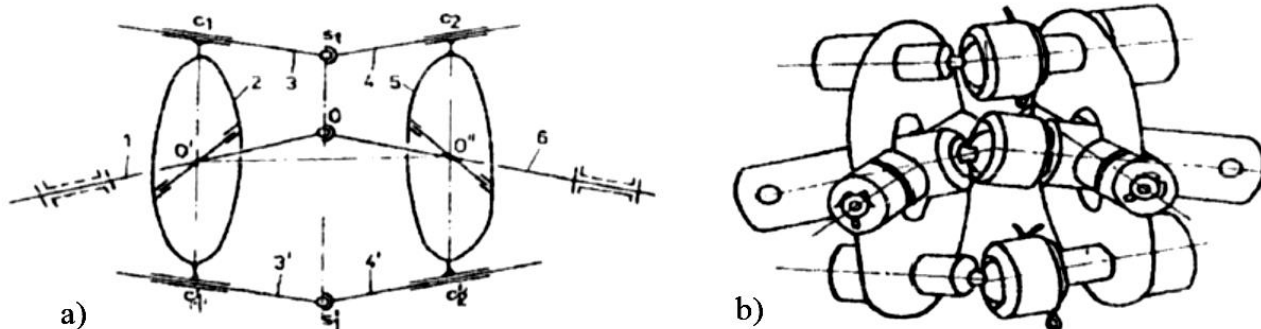


Fig. 10.

Din analiza schemei din fig.10a rezultă că acest cuplaj este centrat prin lanțul cinematic pentamobil R-S-R și conține alte două lanțuri cinematice legate în paralel de tipul R-C-S-C-R, heptamobile (i.e. au două mobilități în plus față de necesar; ar fi fost suficiente două lanțuri pentamobile R-T-R-T-R). În fig.10 b este arătată o vedere de ansamblu

a acestui cuplaj. Cuplajul din fig.10 fiind *centrat* direct prin cuplă *sferică*, este *unghiular* și pentru că admite planul bisector al arborilor cuplați ca plan de simetrie, este *homocinetic*. Acest cuplaj își găsește o largă aplicabilitate în construcția de mașini, precum și la construcția manipuloarelor și roboților industriali.

3. Analiza pozițională

Este cunoscut că trecerea de la elementul „i” la elementul „i+1”, în baza formalismului Hartenberg -Denavit, este descrisă de următoarea succesiune de transformări:

$${}^i A_{i+1} = \text{Rot}(z_i, \varphi_i) \cdot \text{Tr}(z_i, s_i) \cdot \text{Tr}(z_i, \varphi_i) \cdot \text{Rot}(x_{i+1}, \theta_i) \quad (1)$$

exprimată prin matricea (Hartenberg -Denavit):

$${}^i A_{i+1} = \begin{bmatrix} c\varphi_i & -s\varphi_i c\theta_i & s\varphi_i s\theta_i & d_i c\varphi_i \\ s\varphi_i & c\varphi_i & -c\varphi_i s\theta_i & d_i s\varphi_i \\ 0 & s\theta_i & c\theta_i & s_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1')$$

Se aleg referențialele principale $X_{01} Y_{01} Z_{01}$ și $X_{03} Y_{03} Z_{03}$ în cuplele de rotație R din O_1 și respectiv O_3 precum și referențialul general $OX_0 Y_0 Z_0$ de pe bază, așa cum se arată în fig. 11. Transformările sistemelor de coordonate vor descrie trecerile de la elementele „1” și „3” la elementul „2” (bară cotită), pornind din O_1 și respectiv din O_3 cu finalizare în cotul barei 2 - punctul B și din acesta, în originea O a referențialului general, fix, $OX_0 Y_0 Z_0$.

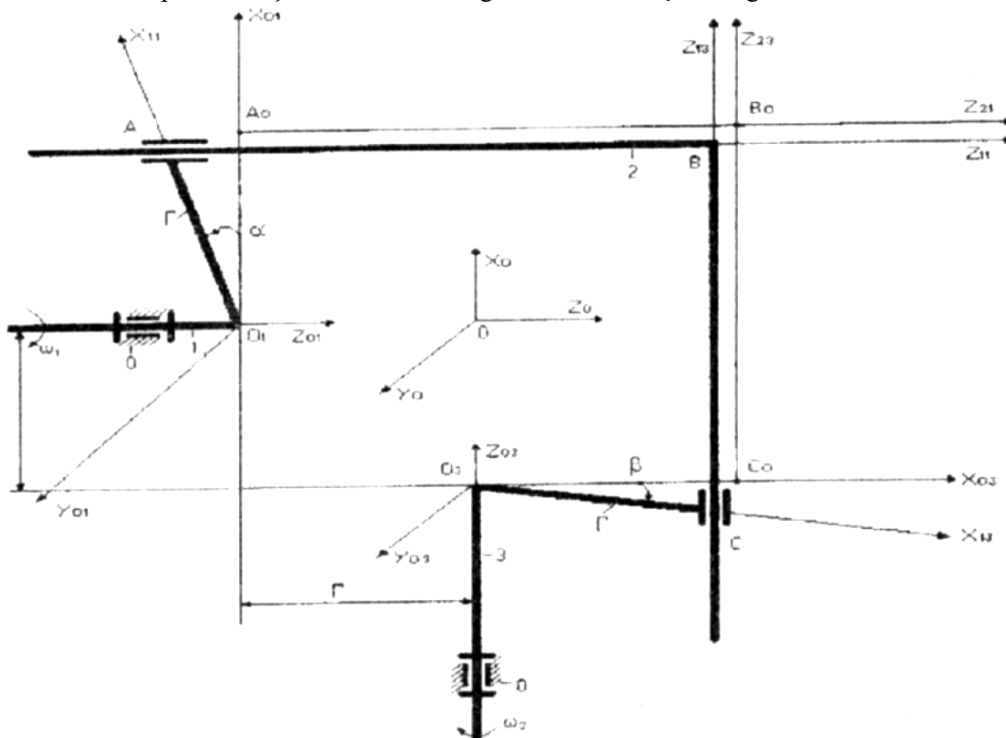


Fig. 11.

Transformările sistemelor de coordonate pe traseul O_1AB includ trecerea de la elementul „0” la elementul „1” descrisă de matricea ${}^0 A_1$, și trecerea de la elementul „1” la elementul „2” (cu finalizare în B) descrisă de matricea ${}^1 A_{2B}$. Pe traseul O_3CB se procedează similar, scriind matricele trecerilor de la elementul „0” la elementul „3”, ${}^0 A_3$ și de la elementul „3” la elementul „2” (cu finalizare în B), ${}^3 A_{2B}$.

Formele explicite ale matricelor de transformare pe cele două trasee menționate sunt:

- pe traseul O_1AB ,

$${}^0 A_1 = \text{Rot}(z_{01}, \alpha) \cdot \text{Tr}(x_{11}, r) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 & r c\alpha \\ s\alpha & c\alpha & 0 & r s\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^0\underline{A}_{2B} = \text{Rot}(z_{11} - \alpha) \cdot \text{Tr}(z_{11}, r(1 + c\beta)) = \begin{bmatrix} c\alpha & s\alpha & 0 & 0 \\ -s\alpha & c\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r(1 + c\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Matricea transformărilor ${}^0\underline{T}_{(A)2B}$ rezultă din produsul matricelor (2) și (3) și are aspectul:

$${}^0\underline{T}_{(A)2B} = {}^0\underline{A}_1 \cdot {}^1\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & rc\alpha \\ 0 & 1 & 0 & rc\alpha \\ 0 & 0 & 1 & r(1 + c\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Relația (4) ne furnizează coordonatele punctului B de pe bara cotită 2 în sistemul $O_1X_{01}Y_{01}Z_{01}$:

$$x_{1B2} = r \cos \alpha; y_{1B2} = r \sin \alpha; z_{1B2} = r(1 + \cos \beta) \quad (5)$$

- pe traseul O_3CB ,

$${}^0\underline{A}_3 = \text{Rot}(z_{03} - \beta) \cdot \text{Tr}(x_{13}, r) = \begin{bmatrix} c\beta & c\beta & 0 & rc\beta \\ -s\beta & c\beta & 0 & -rc\beta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$${}^3\underline{A}_{2B} = \text{Rot}(z_{13}, \beta) \cdot \text{Tr}(x_{23}, r(1 + c\alpha)) = \begin{bmatrix} c\beta & -s\beta & 0 & 0 \\ s\beta & c\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r(1 + c\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}^0\underline{T}_{(C)2B} = {}^0\underline{A}_3 \cdot {}^3\underline{A}_{2B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & rc\alpha \\ 0 & 1 & 0 & -rc\alpha \\ 0 & 0 & 1 & r(1 + c\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Din relația (8) rezultă coordonatele punctului B de pe bara cotită în referențialul $O_3X_{03}Y_{03}Z_{03}$:

$$x_{3B2} = r \cos \beta; y_{3B2} = -r \sin \beta; z_{1B2} = r(1 + \cos \alpha) \quad (9)$$

Se translatează sistemul mobil $O_1X_{11}Y_{11}Z_{11}$ pe axa Z_{11} r și sistemul mobil $O_3X_{13}Y_{13}Z_{13}$ pe axa Z_{13} cu r , obținându-se proiecțiile:

$$\begin{aligned} x_{0B} &= r \cos \alpha; y_{0B} = r \sin \alpha; z_{0B} = r \cos \beta \\ x_{0B} &= r \cos \beta; y_{0B} = r \sin \beta; z_{0B} = r \cos \alpha \end{aligned} \quad (10)$$

care toate duc la egalitatea unghiurilor α și β , $\alpha = \beta$ și că elementele „1” și „3” sunt în fază adică se rotesc cu unghiuri egale. Deplasările barei „2” în sistemul general $O_0X_0Y_0Z_0$ rezultă:

$$x_0 = r(1 - \cos \alpha) = r(1 - \cos \beta); y_0 = r \sin \alpha = r \sin \beta; z_0 = r(1 - \cos \beta) = r(1 - \cos \alpha) \quad (11)$$

4. Vitezele

Pentru determinarea vitezelor barei „2” preferăm să le obținem prin derivarea coordonatelor deplasărilor exprimate prin relațiile (11) în raport cu timpul. Ținând cont că $\omega = d\alpha/dt$ și $\omega_3 = d\beta/dt$ și că $\alpha = \beta$ rezultă $\omega_3 = \omega_1 = \omega$. Componentele vitezei barei „2” sunt:

$$v_{x_0} = \dot{x}_0 = r\omega \sin \alpha = r \sin \beta; v_{y_0} = \dot{y}_0 = r\omega \cos \alpha = r \sin \beta; v_{z_0} = \dot{z}_0 = r\omega \sin \alpha = r \sin \alpha \quad (12)$$

Viteza punctului B_2 are modulul:

$$v_{x_0} = \sqrt{\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2 + \dot{z}_B^2} = r\omega \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \quad (13)$$

Metoda P.G.Ranky [12] de determinare a elementelor matricei Jacobiene pentru cuplele din A și C considerate cuple de translație- deoarece bara cotită (2) are mișcare de translație în lungul axelor z_{11} și z_{13} - ne permite să scriem următoarele relații de recurență:

$$\begin{Bmatrix} \dot{P} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ 0 \end{Bmatrix}_{1,3} \cdot [r \cos \alpha, \beta] \quad (14)$$

Cu relațiile (14) se obțin aceleași rezultate cu cele din tabelul 1.

5. Accelerațiile

Accelerația punctului B_2 are următoarele componente obținute prin derivarea în raport cu timpul a componentelor vitezei. Din ipoteza că $\omega_1 = \omega = ct$, componentele accelerației au expresiile:

$$a_{x_0} = \ddot{x}_0 = r \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \alpha; a_{y_0} = \ddot{y}_0 = -r \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \alpha; a_{z_0} = \ddot{z}_0 = r \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \alpha \quad (15)$$

Mărimea accelerației punctului B2 este dată de expresia:

$$a_B = \sqrt{\ddot{x}_0^2 + \ddot{y}_0^2 + \ddot{z}_0^2} = r \cdot \omega_1^2 \sqrt{1 + \cos^2 \alpha} \quad (16)$$

În tabelul 1 și fig. 2 sunt prezentați parametrii cinematici limită ai punctului B de pe bara „2”, pentru o rotație a elementului conducător (1), în sistemul general $O_0X_0Y_0Z_0$.

Tabelul 1.

α^0	0	90	180	270	360
x	0	r	2r	r	0
y	0	r	0	-r	0
z	0	r	2r	r	0
\dot{x}	0	$r - \omega_1$	0	$-r - \omega_1$	0
\dot{y}	$r - \omega_1$	0	$-r - \omega_1$	0	$r - \omega_1$
\dot{z}	0	$r - \omega_1$	0	$-r - \omega_1$	0
\ddot{x}	$r - \omega_1^2$	0	$-r - \omega_1^2$	0	$r - \omega_1^2$
\ddot{y}	0	$-r - \omega_1^2$	0	$r - \omega_1^2$	0
\ddot{z}	$r - \omega_1^2$	0	$-r - \omega_1^2$	0	$r - \omega_1^2$

Limitele de variație a parametrilor cinematici ai punctului B în sistemul general, fix $O_0X_0Y_0Z_0$.

$$\begin{aligned} 0 \leq x_0 \leq 2r & & -r\omega_1 \leq v_{x_0} \leq r\omega_1 & & -r\omega_1^2 \leq a_{x_0} \leq r\omega_1^2 \\ -r \leq y_0 \leq r & & -r\omega_1 \leq v_{y_0} \leq r\omega_1 & & -r\omega_1^2 \leq a_{y_0} \leq r\omega_1^2 \\ 0 \leq z_0 \leq 2r & & -r\omega_1 \leq v_{z_0} \leq r\omega_1 & & -r\omega_1^2 \leq a_{z_0} \leq r\omega_1^2 \end{aligned}$$

$$s = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = r\sqrt{\cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 3} \quad ; 0 \leq s \leq 2r\sqrt{2} \quad (17)$$

$$v = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2} = r\omega_1 \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \quad ; -r\omega_1 \leq v \leq r\sqrt{2}\omega_1 \quad (18)$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}_0^2 + \ddot{y}_0^2 + \ddot{z}_0^2} = r\omega_1 \sqrt{1 + \cos^2 \alpha} \quad ; -r\omega_1^2 \leq a \leq r\sqrt{2}\omega_1^2 \quad (19)$$

Bara cotită are mișcare de translație spațială

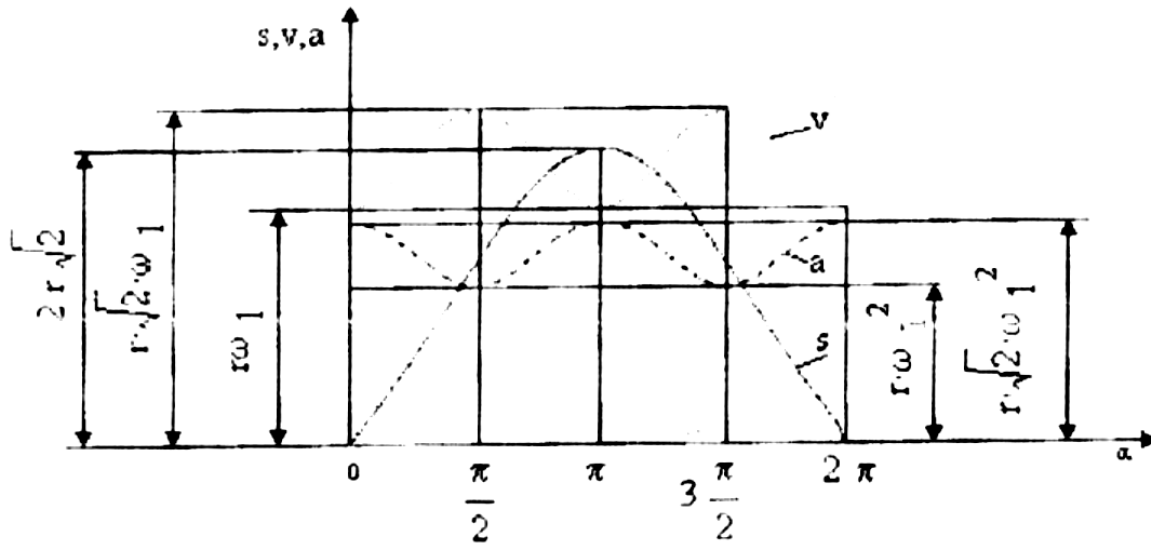


Fig. 12 Variația parametrilor cinematici ai punctului Bi

Viteze unghiulare

$$\omega_3 = \omega_1 \quad (20)$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_{21}; \omega_2 = 0 \text{ (bara cotită are mișcare spațială de translație)} \quad (21)$$

$$\omega_1 = -\omega_1 \quad (22)$$

6. Concluzii

Din cele prezentate mai sus rezultă următoarele concluzii:

- variația celor trei parametri cinematici este continuă după legi armonice ceea ce este deosebit de important de știut și anume: spațiul și accelerațiile după lege cosinoidală, vitezele după lege sinusoidală;
- autorii consideră că mecanismul spațial RCCR (Cuplajul Koenigs) merită mai multă atenție decât ceea ce i se acordă în momentul de față în literatura de specialitate.

Bibliografie:

1. Handra-Luca V., Stoica I.A. - *Introducere în teoria mecanismelor*, vol I, Ed. Tehnică, București, 1982.
2. Itu Razvan B., *Mecanică*, Îndrumător pentru lucrări de laborator, Editura Universitas Petroșani, 2021
3. Zamfir, V., Bolog R.C. - *Analiza mecanismului RCCR (Șurubul din Sankt-Petersburg)*, Sesiunea UPET - octombrie 2000, Petroșani
4. Zamfir, V., Dimirache, G., Vârgolici, H.M. - *Analiza cinematică a mecanismului spațial RCCR (Șurubul din Sankt-Petersburg)*, Sesiunea AGIR-Brăila, 22-24 iunie, 2001.
5. Manolescu N.I., Kovacs Fr., Orănescu A. - *Teoria mecanismelor și a mașinilor*, Ed. Didactică și Pedagogică, 1972
6. Zamfir V., Bolog R.C. - *Analiza cinetostatică a mecanismului spațial RCCR (Șurubul din Sankt-Petersburg)*, sesiunea ROPET, octombrie 2001.
7. XXX - *Structura și cinematica mecanismelor*, Ed. Tehnică, București, 1959
8. Artobolevsky I.I. - *Mechanisms in Modern Engineering Design*, vol II-Part 1, MIR PUBLISHER, Moscow, 1976
9. Dudiță F., Diaconescu D., Jaliu C., Bârsan A., Neagoie M. - *Cuplaje mobile articulate*, Editura Orientul Latin. Brașov 2001.
10. Zamfir V., Albăstroiu P. - *Mecanisme și organe de mașini*, Partea I. Mecanisme. Lit. Inst. de Mine, Petroșani, 1975
11. Manolescu N I ș.a. - *Culegere de probleme din teoria mecanismelor și a mașinilor*, Ed. Didactică și Pedagogică București. 1963
12. Fr. Kovacs, C. Rădulescu, *Roboți industriali*, vol. 1, Timișoara, 1992.

SISTEM DE UMECTARE A DEPOZITULUI DE ZGURĂ ȘI CENUȘA DE LA UTVIN – COMPARTIMENT II - TIMIȘOARA

Autori: Mihai Alexandru AUNER ¹
[aunerma1989@gmail.com](mailto: aunerma1989@gmail.com)

Coordonator: Șef.lucr.dr.ing. Stela **DINESCU** ²

¹ *Universitatea din Petroșani, Facultatea de inginerie Mecanică și Electrică, Ingineria transporturilor și a traficului, anul IV*

² *Universitatea din Petroșani, Facultatea de inginerie Mecanică și Electrică, Departamentul de Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi*

Rezumat

Unul dintre cele mai mari pericole privind poluarea atmosferei cu praf din Timișoara și din județul Timiș îl reprezintă depozitele de steril (zgură și cenușă) de la Utvin. Sutele de mii de tone de cărbune descărcate aici întotdeauna pot deveni surse de poluare, iar siliciul și praful de la zgură și cenușă pot afecta grav sănătatea. Pentru a preveni acest efect. depozitul de steril trebuie umectat din când în când, pentru ca praful să nu fie antrenat de curenții de aer. Singurele surse de apă din zona depozitului sunt precipitațiile și cursurile de apă din regiune (canalul Bega și râul Timiș, aflate la distanțe mai mari de 2 km). Soluția de menținere a suprafeței compartimentului depozitului în stare umedă fiind montarea unei pompe centrifugale în stația de pompe, care să asigure vehicularea apei până la compartimentul II a depozitului.

Cuvinte cheie

Electropompă, aripi de ploaie, convertizor, sorb cu clapetă.

1. Introducere

Sursele poluante datorate activităților umane, de realizare a bunurilor și confortului necesar vieții, contribuie esențial la poluare. Poluanții aerului rezultă ca urmare a generării energiei electrice, a funcționării milioanei de vehicule, a materialelor aruncate de populație și realizării a numeroase produse necesare traiului zilnic. Anual, sunt generate sute de milioane de tone de aer poluant. Pe amplasamentul analizat se desfășoară activitatea de depozitare a deșeurilor industriale de zgură și cenușă, deșeu rezultat din arderea cărbunilor în capacitățile de producție instalate la CET Sud Timișoara. Depozitul de zgura și cenușă Utvin se întinde pe o suprafață de 50 ha și este împărțit în trei compartimente de decantare și de depozitare a zgurii și cenușii. Praful antrenat de curenții de aer din zonă de pe suprafața celei II a depozitului afectează sănătatea oamenilor și nu numai, fapt ce determină proiectarea unui sistem de umectare a depozitului pentru a menține suprafața acestuia într-o stare mereu umedă.

2. Scopul lucrării

Pentru a elimina antrenarea prafului de pe suprafața compartimentului II a depozitului de zgură și cenușă Utvin, de către vânturile ce bat în zonă se propune soluția de menținere a suprafeței compartimentului depozitului în stare umedă. Cel mai avantajos sistem de alimentare cu apă industrială fiind montarea unei pompe centrifugale în stația de pompe, care să asigure vehicularea apei până la compartimentul II a depozitului. Având în vedere că la suprafața de cca 15 ha a compartimentului II ar fi necesar un debit de apă de 970 m³/h, însemnând diametre mari de conducte și pompă cu debit mare, se propune soluția de umectare alternativă a două jumătăți de compartiment. Împărțind suprafața în două se crează posibilitatea depunerii de material concomitent cu umectarea restului de compartiment.

2. Descrierea obiectivului

Depozitul de zgură și cenușă Utvin este amplasat la o distanță de cca 4 km vest de municipiul Timișoara, la cca 1,5 km sud – vest față de satul Utvin și la cca. 4 km vest de localitatea Sânmihaiu Român. Depozitul de zgura și cenușă Utvin este o construcție hidrotehnică, pusă în funcțiune în anul 1985, construcția are categoria de importanță B, clasa de importanță II. Un depozit de șes/câmpie, dezvoltat pe o suprafață de aproximativ 50 ha. Are formă trapezoidală cu dimensiunile: B=1100 m, b=900 m și h=500 m, împărțit în trei compartimente / celule (I, II, III) pentru depozitarea deșeurilor rezultat din arderea cărbunilor în capacitățile de producție instalate la CET Sud Timișoara. Pe suprafața celulelor I și II nu se mai fac depuneri de zgură și cenușă. Suprafața compartimentului I este în mare parte înierbată și împădurită. Suprafața compartimentului II, doar aprox. 20 % este acoperită cu vegetație, ceea ce înseamnă ca în perioadele secetoase, materialul de pe depozit este antrenat de vânt și dus peste suprafețele învecinate cu depozitul, sau pe distanțe mai mari, până spre locuințele din localitățile apropiate, producând astfel poluare.

Singurele surse de apă din zona depozitului sunt precipitațiile și cursurile de apă din regiune (canalul Bega și râul Timiș, aflate la distanțe mai mari de 2 km). Nivelul apei subterane este ușor ascensional iar adâncimea sa variază, în general, în funcție de sezon și de morfologia terenului. În perioada analizată s-a atins în general un nivel mai mic de 2 m adâncime.

3. Materiale și metode

Dat fiind faptul că în apropiere există o sursă de apă industrială se propune următorul sistem compus din:

- Traseu conducte de transport apă industrială propus:

Lungimea totală a conductei DN 300 mm este de 1625 m (se vor poza conducte pentru transportul apei, iar pe compartimentul II, o ramură de-a lungul digului de compartimentare dintre compartimentul I și II, iar cealaltă ramură de-a lungul digului de compartimentare dintre compartimentul II și III).

Țeava este confecționată din polietilena de înaltă densitate care trebuie să asigure transportul apei până la temperatura de 50 °C și presiunea de 10 bar.

Materialul elementelor de conductă trebuie să reziste acțiunii razelor solare UV.

- Filtru pentru filtrarea apei care intră în instalație, necesar pentru evitarea înfundării aspersoarelor.

Tipul de filtru este cu autocurățire comandată manual. Gradul de filtrare este 120 microni, presiunea nominală = 10 bar, debit = 520 m³/h.

- Instalația de golire-aerisire a conductelor

În vederea asigurării golirii și aerisirii conductelor (la punerea în funcțiune, sau la golirea lor în situații de avarii sau la efectuarea de reparații), în punctele de cotă minimă se vor monta stuturi cu armături de golire, iar în punctele de cot maximă, stuturi cu armături de aerisire.

Apele rezultate în urma golirii conductelor, în situații de reparații sau avarii, vor fi evacuate în canalul perimetral existent sau direct pe depozitul de zgura și cenușă.

- Pompa pentru vehicularea apei industriale

Se va monta în sala pompelor o pompă cu montaj clasic uscat. Pompa este de construcție specială, pentru apă cu particule în suspensie, rezistența la abraziune și va avea următoarele caracteristici:

○ debit	486 m ³ /h
○ înălțime de pompare	circa 55 m
○ puterea	132 kW
○ turația	1490 rot/min
○ tensiunea	380 V/50Hz
○ temperatura de lucru	0-120 °C

Motorul de antrenare al pompei este prevăzut cu convertizor de frecvență cu reglaj încărcare în funcție de semnalul de referință.

- Dispozitive rotative de stropire (aripi de ploaie cu aspersoare)

Au rolul de stropire a suprafeței compartimentului II a depozitului. Pentru funcționarea dispozitivelor de stropire este necesară filtrarea apei.

Parametrii fluxului tehnologic de alimentare cu apă industrială în vederea umectării în soluția propusă, sunt:

- debit apă necesar	486 m ³ /h
- înălțimea de pompare	aproximativ 55 m

Apa necesară umectării este pompată prin intermediul unei electropompe centrifugale montate în stația de pompe de la baza depozitului. Aspirația pompei se realizează printr-o conductă de aspirație prevăzută cu sorb și clapetă de reținere, iar refularea se realizează prin conducta de refulare prevăzută cu un robinet cu sertar până. Acest tip de robinet este necesar pentru pornirea pompei, care se face cu robinetul închis la 1/3 din debitul nominal. Golirea traseului de refulare al pompei se face în punctul cel mai de jos al traseului, în apropierea bazinului de aspirație al pompei, printr-o conductă de golire, prin intermediul unui robinet cu bila. Conducta de la sorbul pompei până la ieșirea din pompă este metalică Ø323,9 x 10 mm. De la ieșirea din pompă, în interiorul clădirii stației de pompe și până la intrarea pe depozit se montează o conductă principală din PEHD cu diametrul de 315 mm, care va alimenta întreaga rețea. De la ieșirea din stația de pompe, până în dreptul digului de compartimentare, conducta se va monta îngropat. Pe digurile de compartimentare, cele două conducte se vor așeza pe suporturi metalici. Distanța maximă dintre suporturi, fără sprijinire continuă între suporturi, va fi de 3,0 m. Pe depozit se vor monta aripi de ploaie cu aspersoare distanțate la 18 m între ele, iar distanța dintre aripile de ploaie va fi de 20 m.

Pentru alimentarea cu apă industrială, în vederea asigurării umectării compartimentului II din cadrul depozitului, se vor monta următoarele utilaje:

- Electropompa centrifugală, având următoarele principale caracteristici tehnice: Debitul necesar Q = 486 m³/h; Înălțimea de pompare H= 55 m; (CA) NPSH < 8 m.
- Filtru pentru filtrarea apei care intră în instalație, având următoarele principale caracteristici tehnice: Debitul de filtrare > 486 m³/h; Grad de filtrare: sub 120 microni; Diametre de intrare și ieșire DN250 mm.

Conductele din polietilenă de înaltă densitate (PEHD)

Majoritatea traseului conductei de alimentare cu apă a aripilor de ploaie va fi alcătuit din tuburi din PEHD. Țevile din PEHD sunt ideale pentru transportarea fluidelor cu temperaturi cuprinse între - 40 și + 60 °C, deci și pentru transportul apei de umectare a depozitului de cenușă și zgura. La execuția traseului de alimentare cu apă a aripilor de ploaie, pe lângă țevile din PEHD pot fi folosite și fittinguri prefabricate, din același material (curbe, coturi, ramificații, reducții). Traseul conductei din PEHD va fi demontabil, îmbinarea diferitelor tronsoane, fittinguri și armături se va face cu flanse metalice. Flansele metalice vor fi montate pe stuturi prefabricate, cu guler. Stuturile vor fi fixate de conducte fie prin sudura cap la cap fie prin sudura electrică.

Traseu conductă alimentare cu apă pentru umectare depozit

Apa industrială necesară umectării compartimentului din cadrul depozitului de zgura și cenușă este pompată cu electropompa centrifugala montată în stația de pompe. Conducta de alimentare cu apă industrială, traseu de la ieșire camera pompe până la digul de compartimentare se va monta îngropată, pentru a o feri de razele ultraviolete și de alungirea din diferențe de temperatura.

Cămin de vane

Pe traseul montării conductei de alimentare cu apă industrială filtrată, în dreptul digului, se va construi un cămin din beton armat pentru robineti – 1 buc ; D= 2,3 x 2,3 m; H = 2 m

Aripi de ploaie

Pentru umectarea suprafeței depozitului împărțit în compartimente, al depozitului de cenușă și zgură, au fost prevăzute 40 de kituri de “Aripi de ploaie”. Ele vor fi alimentate cu apa din conductele din PEHD, montate pe digurile de separație dintre compartimente. Pentru a acoperi un semi-compartiment s-a optat pentru „ARIPA DE PLOAIE 90 mm – 198 m - 12 x 12”, din care se vor folosi un număr corespunzător de aspersoare, restul elementelor vor fi folosite ca și piese de schimb. O astfel de aripa de ploaie are lungimea totală de 198 m. Distanța dintre aspersoare este de 12 metri. Diametrul conductei principale este de 90 mm iar lungimea tronsoanelor este de 6 metri. Pentru aplicația de față distanța între aspersoare va fi de 18 m, cu un necesar de apă pentru un aspersor de 2,2 m³. La intrarea în aripa de ploaie se va asigura o presiune de 2,3 bari. Pentru a asigura umectarea unei suprafețe cât mai mari, distanța între două aripi de ploaie a fost stabilită la 20 de metri. Aripa de ploaie va fi echipată cu aspersoare tip „1610” de ¾ toli, fiecare aspersor livrând un debit de 2,2 m³/h. Raza de udare a aspersoarelor este de 12 metri (raza de udare și debitul sunt calculate pentru o presiune de lucru de 2 bari și o înălțime a aspersorului de 65 cm). Aspersorul „1610” este prevăzut cu două duze de 4,2 mm și 5 mm și cu o duză de schimb de 6 mm. Aripa de ploaie este prevăzută cu robineti de 1 tol montați la fiecare aspersor. În acest mod, procedurile de operare sunt facile iar sistemul de aspersie poate funcționa indiferent de eventualele modificări temporare ale caracteristicilor hidraulice ale grupului de pompare sau de capacitatea sursei de apă. Utilajele instalației tehnologice sunt:

- Electropompa Grundfos NK 200 – 400/404; Tablou de comandă electropompă spălare (TC-PS);
- Convertizor de frecvență: CUE 3X380-500V IP54 132KW;
- Vana cu sertar cauciucat, corp oval, DN300, Pn10 + roata de manevra;
- Robinet cu bila DN300, Pn16;
- Robinet cu bila DN250, Pn16;
- Robinet cu bila DN100, Pn16;
- Filtru pentru apă cu curățare automată Model FMA 9010;
- Vana cu sertar cauciucat, corp oval, acționată electric, AUMA NORM, DN40, PN10;
- Sorb cu clapeta de fontă DN300, Pn16;
- Aripa de ploaie 90 mm – 198 m – 12 x 12;
- Conducta PE 100 SDR 17 PN 10 Ø315 x 18,7.

5. Rezultate și discuții

Parametrii tehnologici ai instalației sunt determinați într-un Breviar de calcul.

- **Determinarea debitului necesar de apă**

Pentru a umecta o jumătate din compartimentul II sunt necesare un număr de 221 aspersoare. Din specificațiile tehnice ale “Aripilor de ploaie” rezultă un necesar de 2,2 m³/h de apă per aspersor. Rezultă un necesar total de apă de Q = 221 x 2,2 = 486,2 m³/h; sau 0,135 m³/s; sau 135 l/s.

- **Alegerea conductei principale de alimentare cu apă a “Aripilor de ploaie**

Pentru a asigura o viteză convenabilă a apei în conducta s-a optat pentru teava din polietilena de înaltă densitate (PEHD), PE 100 SDR 17 PN 10 bari, standard EN 12201, PAS 1075 Tip 1, având următoarele caracteristici:

- diametrul exterior de 315 mm
- grosimea peretelui de 18,7 mm
- greutatea liniară de 17,68 kg/m.

- **Determinarea vitezei de circulație a apei în conductă**

Diametrul interior al conductei D_i = 315 – 2 x 18,7 = 278 mm; sau 0,278 m.

$$\text{Secțiunea interioară } S_1 = \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,278^2}{4} = 0,061 \text{ m}^2$$

$$\text{Viteza apei } v_2 = \frac{Q}{S_1} = \frac{0,135}{0,061} = 2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- **Determinarea coeficientului f_p de pierderi liniare prin frecare**

Din nomograma UPNOR de mai jos (fig.1), pentru: Q = 127 l/s; v₂ = 2,2 m/s ; D_i = 278 mm. Rezultă un coeficient f_p = 13 m (CA) / km; sau 0,013m (CA) / ml.

- **Pierderea de presiune pe conducta din PEHD**

Pe traseul cel mai lung (până pe digul de separare între compartimentele II și III)

Lungimea liniară a țevilor din conducta, prin însumarea tronsoanelor, este de 1192 m. La această lungime se adaugă lungimile echivalente ale armăturilor. Pe acest traseu se găsesc: 4 coturi la 90°, 1 robinet cu ventil, 2 coturi la 45°, 1 reducere, 1 difuzor.

Lungimile echivalente pentru aceste armături au fost determinate din diagrama catalogului SALMSON (fig.2).

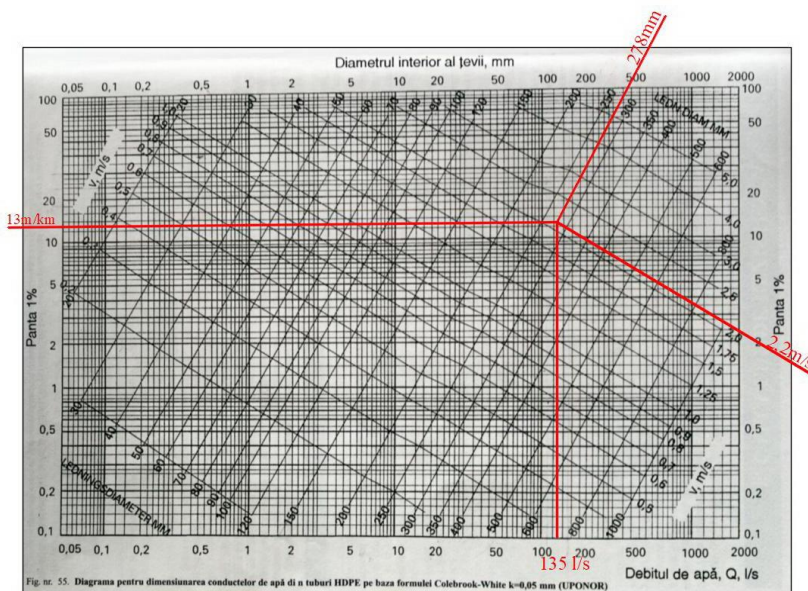


Fig. 1. Nomograma pierderilor specifice in conducta din PEHD

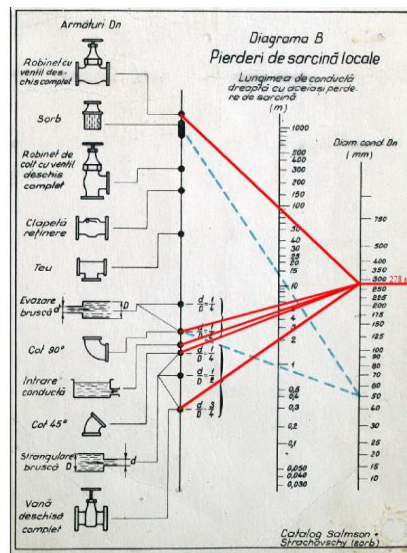


Fig. 2. Diagrama de echivalare a armăturilor în lungimi de conductă

- Coturi la 90° - 4 buc x 5,5 m/buc = 22 m
- Robinet cu ventil = 90 m
- Coturi la 45° - 2 buc x 4,5 m/buc = 9 m
- Reducție ¾ = 2 m
- Difuzor ½ = 5 m

Total în conducta echivalenta = 128 m. Lungimea echivalenta a conductei din PEHD este: $L_{p1} = 1192 + 128 = 1320$ m. Pierderea totala de presiune pe conducta din PEHD se determina cu formula:

$$H_{p1} = \frac{f_p \cdot v_2^2 \cdot L_p}{2 \cdot g \cdot D_i} = \frac{0,013 \cdot 2,2^2 \cdot 1320}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,278} = 15,23 \text{ m (CA)}$$

- Pe traseul cel mai scurt (până pe digul de separare între compartimentele I și II)

Lungimea liniara a țivilor din conducta, prin însumarea tronsoanelor, este de 795 m. La această lungime se adaugă lungimile echivalente ale armăturilor. Pe acest traseu se găsesc: 3 coturi la 90°, 1 robinet cu ventil, 2 coturi la 45°, o ramificație în forma de T, 1 reducere, 1 difuzor.

Lungimile echivalente pentru aceste armături au fost determinate din diagrama catalogului SALMSON (fig.3).

- Coturi la 90° - 3 buc x 5,5 m/buc = 16,5 m
- Robinet cu ventil = 90 m
- Coturi la 45° - 2 buc x 4,5 m/buc = 9 m
- Teu = 20 m
- Reducție ¾ = 2 m
- Difuzor ½ = 5 m
- Total în conducta echivalenta = 143 m

Lungimea echivalenta a conductei din PEHD este: $L_{p2} = 795 + 143 = 938$ m.

Pierderea totală de presiune pe conducta din PEHD:

$$H_{p2} = \frac{0,013 \cdot 2,2^2 \cdot 938}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,278} = 10,08 \text{ m (CA)}$$

- Pierdere de presiune pe filtru

Pentru debitul de 486,2 m³/h, pe filtrul de apă, DN250, model 9010, pierderea de presiune pe filtru este de 0,09 bar $H_{pf} = 0,9$ m (CA).

- Pierdere de presiune pe conducta DN100 din OL de legatura cu aripa de ploaie

Conducta de legatură între robinetul de secționare DN100 și aripa de ploaie a fost prevăzută din țeava Ø110 x 6,2 mm și lungimea de 2 m. Diametrul interior al conductei: $D_i = 110 - 2 \times 6,2 = 97,6$ mm. Secțiunea interioara a conductei:

$$S_i = \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,0976^2}{4} = 0,0075 \text{ m}^2$$

Debitul corespunzator de apă corespunzator la 11 aspersoare este: $Q = 2,2 \text{ m}^3/\text{h}$, aspersor x 11 aspersoare = 24,2 m³/h, adică 0,007 m³/s. Viteza de circulație a apei în conductă:

$$v = \frac{Q}{S_i} = \frac{0,007}{0,0075} = 0,93 \text{ m/s}$$

Corespunzator acestor parametri, rezultă un coeficient f_m de pierderi liniare prin frecare de 1,2 m (CA)/100 ml = 0,012 m (CA)/ml. Lungimea echivalenta de conducta între conducta de PEHD și aripa de ploaie este de: $L = 2 + 35 = 37$

m. Pierderea de presiune pe acest segment este:

$$H_{ps} = \frac{0,012 \cdot 0,93^2 \cdot 37}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,0976} = 0,2 \text{ m (CA)}$$

- *Pierderile de presiune pe conducta din OL, porțiunea dintre refulare pompa și conducta din PEHD*
Se alege o țeava având același diametru nominal DN300 ca și conducta din PEHD.
S-a optat pentru țeava Ø323,9 x 10 EN 10220:2002 (E), având:

- diametrul exterior de 323,9 mm;
- grosimea peretelui de 10 mm;
- greutatea liniară de 77,4 kg/m.

Determinarea vitezei de circulație a apei în conductă

Diametrul interior al conductei $D_i = 323,9 - 2 \times 10 = 304 \text{ mm}$; sau 0,304 m.

$$\text{Secțiunea interioară } S_i = \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,304^2}{4} = 0,073 \text{ m}^2$$

$$\text{Viteza apei } v = \frac{Q}{S_i} = \frac{0,135}{0,073} = 1,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Determinarea coeficientului f_m de pierderi liniare prin frecare

Din nomograma Handbuch KSB pentru: $Q = 460 \text{ m}^3/\text{h}$; $v = 1,8 \text{ m/s}$; $D_i = 304 \text{ mm}$.

Rezultă un coeficient $f = 1,2 \text{ m (CA)} / 100\text{m}$; sau $0,012 \text{ m (CA)} / \text{ml}$.

Pierderea de presiune pe conducta din oțel

Lungimea liniară a țevilor din conducta metalică de refulare, prin însumarea tronsoanelor, este de 1,25 m. La această lungime se adaugă lungimile echivalente ale armăturilor. Pe acest traseu se găsesc:

- 1 cot la 90° , $D_i = 304 \text{ mm}$ - 6 m
- 1 cot la 90° , DN200 - 3 m
- 1 robinet cu ventil DN300 - 100 m
- 1 difuzor $\frac{1}{4}$ - 4,5 m

Total metri echivalenți de conductă = 113,5 m. Lungimea echivalentă a conductei din oțel este: $L_m = 1,25 + 113,5 = 115 \text{ m}$. Pierderea totală de presiune pe conducta din oțel:

$$H_{pr} = \frac{0,012 \cdot 1,84^2 \cdot 115}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,304} = 0,78 \text{ m (CA)}$$

- *Pierderile de presiune pe conducta de aspirație*

Lungimea liniară a țevilor din conducta metalică de aspirație, prin însumarea tronsoanelor, este de 6,20 m. Pe acest traseu se găsesc:

- 1 cot la 90° , $D_i = 304 \text{ mm}$ - 6 m
- 1 robinet cu ventil DN300 - 100 m
- 1 reductie $\frac{3}{4}$ - 2 m
- 1 clapeta de retenere - 40 m
- 1 sorb - 90 m

Total metri echivalenți de conductă = 238 m. Lungimea echivalentă a conductei din oțel a aspirației este: $L_{as} = 6,20 + 238 = 244,2 \text{ m}$.

$$\text{Pierderea totală de presiune pe conducta de aspirație } H_{pa} = \frac{0,012 \cdot 1,84^2 \cdot 244,2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,304} = 1,62 \text{ m (CA)}$$

- *Determinarea pierderilor totale de presiune pe conducte și armături*

Pe traseul cel mai lung: $H_1 = H_{p1} + H_{pf} + H_{ps} + H_{pr} + H_{pa} = 15,23 + 0,9 + 0,2 + 0,78 + 1,62 = 18,55 \text{ m (CA)}$;

Pe traseul cel mai scurt: $H_2 = H_{p2} + H_{pf} + H_{ps} + H_{pr} + H_{pa} = 10,08 + 0,9 + 0,2 + 0,78 + 1,62 = 13,40 \text{ m (CA)}$;

- *Determinarea înălțimii de pompare pentru alegerea pompei*

Se determină pentru traseul cel mai lung.

Pierderea totală de presiune în instalație se determină cu formula:

$$H_i = H_{geo} + \frac{(p_{i2} - p_{i1})}{\rho \cdot g} + H_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g}, \text{ unde:}$$

- H_{geo} (m) - diferența de nivel între suprafețele libere la aspirație și respectiv la refulare;
- p_{i1} (Pa) - presiunea statică relativă exercitată pe suprafața liberă a lichidului la aspirație;
- p_{i2} (Pa) - presiunea statică relativă exercitată pe suprafața liberă a lichidului la refulare;
- g (m/s^2) - atracția gravitațională la nivelul pompei;
- H_1 (m) - înălțimea totală pierdută în instalație;
- v_1 (m/s) - viteza medie în conducta de aspirație;
- v_2 (m/s) - viteza medie în conducta de refulare;

Termenul $\frac{(p_{i2} - p_{i1})}{\rho \cdot g}$ este practic neglijabil. $H_{geo} = 11,46 \text{ m}$, restul termenilor sunt cunoscuți.

$$H_i = 11,46 + 18,55 + \frac{2,2^2 - 1,84^2}{2 \cdot 9,81} = 30,08 \text{ m}$$

Conform fișei tehnice a "Aripii de ploaie" presiunea apei la intrarea în ea este recomandată la 2,3 bar. La această presiune Aripa de ploaie funcționează la parametrii. Pentru siguranță presiunea se mărește cu 10 % și în calcul presiunea la intrare va fi de: $P_a = 2,3 \times 1,1 = 2,53 \text{ bar}$.

Având în vedere că la intrarea în aripa de ploaie trebuie asigurată o presiune de 2,53 bar adică 25,3 m (CA), rezultă că pompa trebuie să asigure o înălțime de pompare de: $H = 30,08 + 25,3 = 55,38 \text{ m} \approx 55 \text{ m}$.

- *Determinarea caracteristicii de cavitatie (NPSH-ului disponibil a instalației de aspirare)*
NPSH-ul disponibil al instalației se determina cu formula:

$$NPSH_i = \frac{p_b - p_v}{\rho \cdot g} + H_{1geo} - H_{as} - \frac{v_1^2}{2g}, \text{ unde:}$$

- $p_b = 98000 \text{ Pa}$ - presiunea barica absoluta la locul de montare al pompei;
- $p_v = 2228 \text{ Pa}$ - presiunea absoluta la care are loc vaporizarea lichidului pompat, la temperatura de 20°C la aspiratie;
- $H_{1geo} = 1,7 \text{ m}$ - diferenta de nivel între suprafața liberă a lichidului aspirat și axul pompei;
- $H_{as} = 1,38 \text{ m}$ - înălțimea pierdută în conducta de aspiratie.
- $v_1 = 1,84 \text{ m/s}$ - viteza medie în conducta de aspiratie;
- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ - densitatea fluidului vehiculat

$$NPSH_i = \frac{98000 - 2228}{1000 \cdot 9,81} + 1,7 - 1,38 - \frac{1,84^2}{2 \cdot 9,81} = 9,91 \text{ m}$$

Pentru: Debitul $Q = 486,2 \text{ m}^3/\text{h}$; Înălțimea de pompare; $H = 55 \text{ m}$ $NPSH_i = 9,91 \text{ m}$.

A fost aleasa electropompa Grundfos NK 200-400/404 cu convertizor de frecvență. Pompa lucrează în condiții optime, fără producerea fenomenului de cavitatie, întrucât $NPSH_i = 9,94 \text{ m}$ al instalației este mai mare decât $NPSH = 3,36 \text{ m}$ al pompei. În cazul când se umectează semi-compartimentul dinspre compartimentul I (traseul scurt), pierderea totală de presiune este de:

$$H_i = 11,46 + 13,40 + \frac{2,2^2 - 1,84^2}{2 \cdot 9,81} = 29,53 \text{ m}$$

Înălțimea de pompare necesară este $H' = 29,53 + 25 = 54,53 \text{ m}$. Această înălțime se realizează modificând frecvența și implicit turația electromotorului, conform relației:

$$\frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2; \text{ adică } \frac{54,53}{55} = \left(\frac{n'}{1450}\right)^2 \text{ deci } n' = 1450 \sqrt{\frac{54,53}{55}} = 1443 \text{ rpm.} \approx$$

- *Stabilirea distanței între suportii de rezemare a conductei din PEHD, la suprafața*

La secțiunea conductei de $0,061 \text{ m}^2$ greutatea pe metru liniar a apei din conducta este: $0,061 \text{ m}^2 \times 1 \text{ m} \times 1000 \text{ kg/m}^3 = 61 \text{ kg}$. Greutatea liniară a conductei pline cu apă $G = 17,68 + 61 = 78,68 \text{ kg/m}$. Din diagrama firmei VALROM, distanța între două rezeme este de 2,80 m.

6. Concluzii

Soluția pentru a preveni antrenarea prafului de curenții de aer de pe suprafața compartimentului II a depozitului de zgură și cenușă Ultvin este o măsură eficientă atât tehnic cât și economic. Menținerea suprafeței depozitului în stare umedă printr-un sistem de alimentare cu apă industrială va combate substanțial efectele negative din vecinătățile depozitului, mai cu seamă în perioadele secetoase cu precipitații semnificativ scăzute și vânturi puternice.

7. Bibliografie

1. C. Iamandi – *Hidraulica instalațiilor*. Elemente de calcul și aplicații, Editura tehnică București, 1985
2. D. Cioc – *Hidraulica*, Editura didactică și pedagogică București, 1983
3. P.G. Kiselev – *Îndreptar pentru calcule hidraulice*, Editura tehnică București, 1988
4. SALMSON – Catalog pompe

STAND PENTRU ÎNCERCAREA ARTICULAȚIILOR ȘI LAGĂRELOR CU ALUNECARE SFERICE UTILIZATE ÎN INDUSTRIA MINIERĂ

Autori: Constantin-Laurențiu BRÎNAȘ¹, Marius Mihai BORDAȘ²
constantin.brinas@gmail.com marius.bordas95@gmail.com

Coordonator: Șef lucrări dr.ing. Gheorghe-Bogdan URDEA³

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea master: Instalații și echipamente pentru procese în minerit, anul II

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea: Echipamente pentru procese industriale, anul II

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, Departamentul de Inginerie Mecanică Industrială și Transporturi.

Rezumat

Condițiile tribologice existente în rulmenții sferici și articulațiile sferice sunt foarte complexe. Din acest motiv, evaluarea căii de rulare sau durabilitatea acestor rulmenți sau articulații, respectiv evaluarea efectelor unor modificări în domeniul materialelor folosite sau a tratamentelor de suprafață, poate fi realizată numai prin metode experimentale.

În lucrare sunt prezentate metodele de testare prin sarcini statice și dinamice, respectiv metodele și standurile de testare utilizate în general.

Cuvinte cheie

Lagăre cu alunecare sferice, Articulații sferice, erori de măsurare.

1. Generalități

Articulațiile sferice se utilizează în cazul când organele de mașini îmbinate trebuie să execute mișcări de oscilație în plane diferite, în limitele unui anumit unghi.

Lagărele cu alunecare sferice constau dintr-un inel interior cu suprafața de lucru exterioră sferică convexă și un inel exterior cu suprafața de lucru interioră sferică concavă. Datorită construcției lor ele sunt adecvate în situațiile când se impune rezemarea autoreglabilă a arborilor față de carcasă, sau în cazul când organele susținute trebuie să efectueze mișcări oscilatorii spațiale cu viteze mici.

Datorită erorilor de prelucrare, de montaj sau datorită deformării întregului ansamblu în timpul funcționării, apare o înclinare a fusului în reazem. Prin urmare la construcțiile convenționale presiunea de contact la marginile cuzinetului lagărului cu alunecare cilindric va crește, conducând la încălzirea, uzarea rapidă sau chiar la griparea lagărului. Datorită formei sferice a suprafețelor de alunecare, în cazul lagărelor cu alunecare sferice, sarcina va fi uniform repartizată pe toată suprafața de lucru, iar datorită posibilității de autoreglare a lagărului se elimină efectele negative amintite în cazul lagărelor cu alunecare cilindrice.

Extinderea utilizării lagărelor cu alunecare sferice este nemijlocit legată de cea a dezvoltării acționării hidro-pneumatice. În cazul folosirii articulațiilor cilindrice, datorită abaterilor de la coliniaritate respectiv de la perpendicularitate, întregul cilindru hidraulic sau pneumatic va fi supus unor tensiuni de încovoiere. Prin folosirea lagărelor cu alunecare sferice solicitarea la încovoiere va fi aproape complet eliminată. Momentul încovoietor din tija pistonului va fi doar cel determinat de frecarea de alunecare din lagărul sferic.

Evident lagărele cu suprafețele de alunecare sferice sunt mai scumpe decât bușele cilindrice, dar cheltuielile suplimentare față de costul total al cilindrilor sunt relativ mici, prin urmare creșterea durabilității și a siguranței în funcționare a cilindrilor constituie avantaje reale.

În practică apar multe situații în care lagărele cu alunecare sferice sunt supuse unor solicitări radial-axiale sau chiar pur axiale. Pentru a asigura comportarea optimă a lagărelor cu alunecare sferice în astfel de situații au fost construite lagăre cu alunecare sferice radial-axiale și lagăre cu alunecare sferice axiale.

2. Tipuri de lagăre cu alunecare sferice și capete cu lagăre sferice

Datorită condițiilor de exploatare foarte variate au apărut lagăre cu alunecare sferice de diferite tipuri constructive, dimensiuni și cu diferite cupluri de materiale.

După solicitările pe care le pot prelua, aceste lagăre se împart în trei grupe:

- lagăre cu alunecare sferice radiale;
- lagăre cu alunecare sferice radial-axiale;
- lagăre cu alunecare sferice axiale.

Lagărele cu alunecare sferice radiale (fig. 1 și fig. 2) corespund în special pentru preluarea unor sarcini radiale mari și a unor sarcini axiale reduse.

Lagărele cu alunecare sferice radial-axiale (fig. 3) sunt adecvate pentru preluarea unor sarcini combinate, radial-axiale. Acest tip de lagăr este demontabil, deci montarea inelului interior se poate face independent de cel exterior.



Fig. 1. Lagăr cu alunecare sferic radial

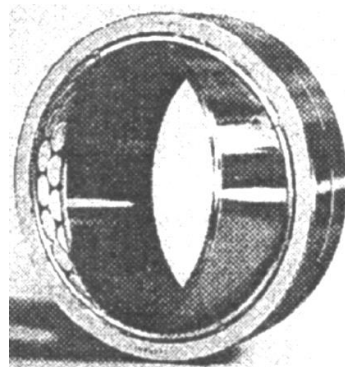


Fig. 2. Lagăr cu alunecare sferic de dimensiuni mari

Lagărele cu alunecare sferice axiale (fig. 4) sunt destinate pentru preluarea sarcinilor axiale mari. Ele permit, într-o anumită măsură, preluarea unor sarcini combinate, cu condiția ca sarcina axială să fie cel puțin dublul sarcinii radiale.

În ceea ce privește cuplul de materiale folosite la construcția lor, lagărele cu alunecare sferice se clasifică în:

- lagăre cu alunecare sferice oțel pe oțel;
- lagăre cu alunecare sferice care nu necesită întreținere.

Lagărele cu alunecare sferice din cuplul de materiale oțel pe oțel se confecționează de regulă din oțeluri de rulmenți de calitate superioară. În acest caz inelele exterioare și interioare se călesc, suprafețele de alunecare se rectifică și se supun unui tratament termochimic de mangano-fosfatizare, iar după aceea se tratează cu bisulfură de molibden.

Acest tratament superficial asigură o rezistență mare la uzare și caracteristici optime de funcționare în cazul regimurilor de frecare la limită și mixtă.



Fig. 3. Lagăr cu alunecare sferic radial-axial



Fig. 4. Lagăr cu alunecare sferic axial



Fig. 5. Cap cu lagăr cu alunecare sferic, cu filet interior

Lagărele cu alunecare sferice care nu necesită întreținere se utilizează cu precădere în acele domenii unde se impun cerințe deosebite în privința duratei și siguranței în funcționare, respectiv acolo unde problema unor dificultăți de ungere face nerațională utilizarea lagărelor din cuplul de material oțel pe oțel. Acestea sunt, îndeosebi, cazuri de solicitări mari, statice sau dinamice, într-un singur sens, respectiv cazuri de mișcări relative cu viteze mici.

Cuplurile de materiale folosite la realizarea lagărelor ce nu necesită întreținere sunt:

- oțel pe material compound DU;
- oțel pe masă plastică armată cu fibre de sticlă+PTFE;
- oțel pe țesătură cu PTFE;
- oțel pe folie de PTFE;
- oțel pe bronz special.

Pentru construcția de mașini grele, la care capacitățile de încărcare și dimensiunile lagărelor cu alunecare sferice radiale obișnuite nu sunt suficiente, se confecționează lagăre sferice radiale de dimensiuni mari.

Cuplul de materiale pe care se produce alunecarea la aceste lagăre se prezintă sub formă de mai multe pastile rotunde de masă plastică, ce conțin PTFE și sunt armate cu fibre de sticlă, așezate într-o colivie de oțel sudată la inelul exterior, care alunecă pe suprafața sferică călită și rectificată a inelului interior (fig. 2).

Capetele cu lagăre cu alunecare sferice sunt alcătuite din lagăre cu alunecare sferice ce se montează în niștercarcase, care se atașează la cilindrii hidraulici respectiv pneumatici.

În funcție de posibilitățile de montare a lor capetele dotate cu lagăre sferice se pot executa în variantele: cu filet exterior, cu filet interior și capete care se assemblează prin sudare (fig. 5).

3. Tipurile de frecare și de ungere din articulațiile și lagărele cu alunecare sferice

Conform clasificărilor din tribologie deosebim frecare uscată, frecare mixtă, frecare la limită și frecare fluidă.

Frecarea mixtă reprezintă starea de frecare, care se manifestă în majoritatea cazurilor de utilizare a lagărelelor cu alunecare sferice. Această afirmație poate fi susținută de următoarele argumente:

- datorită mișcării oscilante, viteza mișcării relative de alunecare trece permanent prin zero. Un film de lubrifiant format eventual în timpul mișcării va fi în consecință tot timpul distrus la trecerea vitezei prin zero;
- în majoritatea cazurilor la lagărele cu alunecare sferice apar presiuni de contact atât de mari încât lubrifiantul este expulzat dintre suprafețe în zona încărcată;
- datorită presiunilor de contact mari din lagăr, filmul de lubrifiant poate să existe numai într-un strat de grosime minimă;
- din motive constructive, cantitatea de lubrifiant ce există în lagărul cu alunecare sferic este foarte redus.

În cazul lagărelelor cu alunecare sferice, local se poate instala starea de frecare limită, cu puțin timp înainte de apariția gripajului, cea ce înseamnă că rezerva de lubrifiant adsorbită pe suprafața de frecare s-a consumat. Dacă nu se produce o reungere, durata de exploatare a lagărului s-a consumat.

4. Încercarea articulațiilor și lagărelelor cu alunecare sferice

4.1. Încercarea statică a articulațiilor și lagărelelor cu alunecare sferice

Sarcinile admisibile pentru încărcarea statică a lagărelelor cu alunecare sferice sunt determinate pentru o presiune de contact admisibilă între suprafețe de 500 N/mm^2 .

Sarcina statică admisibilă a unui lagăr cu alunecare sferic trebuie să fie în orice caz mai mică decât sarcina la care poate să apară o defecțiune pe orice parte componentă a lagărului, de exemplu o fisură a inelului interior sau exterior. Dacă este cunoscută această așa numită sarcină de rupere, atunci se poate stabili capacitatea de încărcare statică a lagărului cu alunecare sferic, folosind un anumit coeficient de siguranță.

Pentru a verifica sarcina statică admisibilă a lagărului, se efectuează încercări de rupere ale lagărelelor cu alunecare sferice folosind dispozitivul de încercare din figura 6.

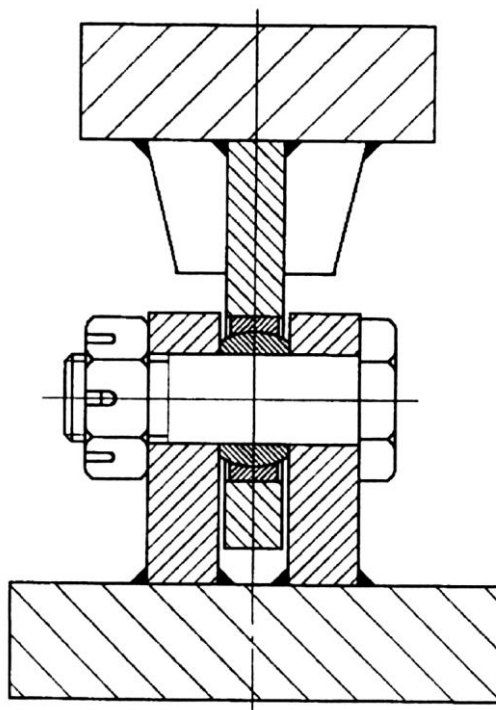


Fig. 6. Dispozitiv pentru încercarea statică a lagărelelor cu alunecare sferice

Încercările se efectuează static, cu sarcina crescând progresiv, pe o presă hidraulică cu domeniul de încărcare de până la 100 kN .

S-a dovedit că la montarea corectă a lagărelelor bolțul este organul de mașină mai slab. Deci nu se poate atinge sarcina de rupere a lagărelelor încercate din cauza rezistenței insuficiente a bolțurilor.

Prin aceasta se dovedește că, în conformitate cu normele actuale privind capacitatea de încărcare statică a lagărelelor cu alunecare sferice, a fost luat în considerare un coeficient de siguranță suficient de mare împotriva ruperii.

4.2. Încercarea dinamică a articulațiilor și lagărelelor cu alunecare sferice

Valorile sarcinii dinamice admisibile (ale capacității de încărcare dinamice) corespund unei presiuni de contact din lagăr de $p = 250 \text{ N/mm}^2$ și sunt valabile pentru 5.000 de solicitări repetate. În afară de prescripțiile fabricanților, literatura de specialitate este săracă în informații privind capacitatea de încărcare dinamică a lagărelelor cu alunecare sferice. Din acest motiv este necesar să se efectueze cercetări teoretice și experimentale în acest domeniu.

Scopul principal de a realiza un stand de încercare apropiat de condițiile reale din practică, care să asigure o

efectuare comodă a încercărilor și interpretarea rezultatelor încercărilor, care să fie valabile în practică a condus la conceperea unui stand de încercări cu mișcări oscilante. Acest tip de stand este utilizat și de unele firme constructoare de lagăre cu alunecare sferice pentru încercarea produselor lor.

Pentru efectuarea încercărilor dinamice este necesar să se realizeze un stand care să permită efectuarea de către lagărele cu alunecare sferice a unor mișcări de oscilație sub sarcină.

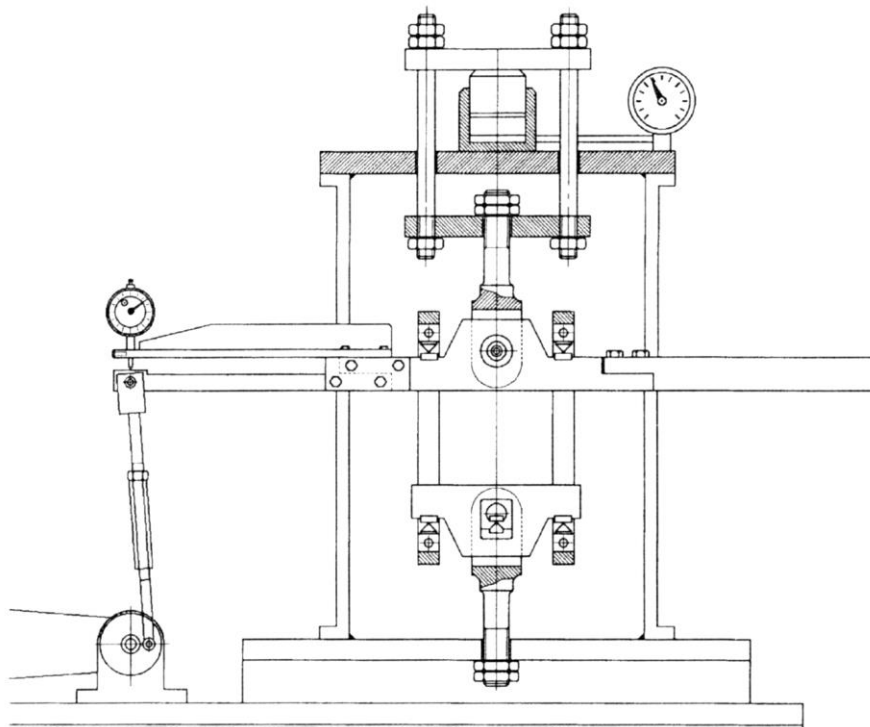


Fig. 7. Standul pentru încercarea dinamică a lagărelor cu alunecare sferice construit de firma SKF

Standul de încercare (Fig. 7.) este format din două traverse în montaj paralelogram, realizat cu ajutorul unor reazeme de tip cuțit. Cuțitele și piesele conjugate sunt realizate din oțel călit.

Lagărul care trebuie încercat se montează în traversa superioară și poate fi încărcat cu ajutorul unui mic cilindru hidraulic. Traversa inferioară se fixează de corpul standului de încercare.

Transmiterea sarcinii la lagărele cu alunecare sferice se realizează prin tensionarea traverselor, în acest scop se folosește sistemul paralelogram cu cuțite. Traversele se fixează de batiul standului prin intermediul unor tije filetate. Încărcarea ce solicită lagărul se poate regla între limitele $125 \div 4.000$ daN.

Mișcările de oscilație ale sistemului paralelogram se obțin cu ajutorul unui mecanism bielă-manivelă care pune în mișcare traversa superioară. Mecanismul bielă - manivelă este pus în mișcare prin intermediul unei transmisii prin curele de către un motor electric cu posibilitatea de reglare a turației. Prin reglarea turației motorului electric se obține modificarea frecvenței de oscilație a mecanismului. Prin modificarea lungimii bielor se reglează unghiul de oscilație.

Standul permite obținerea unor unghiuri de oscilație cuprinse între $7^\circ 30' \div 1^\circ 10'$. Frecvența oscilațiilor poate lua valorile de 10, 20, 100, 300, 600, 900, și 1000 oscilații / min.

Pentru a putea efectua încercări de durabilitate și aprecierea comportării în exploatare, în diferite condiții de solicitare, a lagărelelor cu alunecare sferice a devenit necesar să se proiecteze și să se realizeze un stand propriu de încercare.

La realizarea acestui stand s-a ținut seama de experiența firmei SKF, cea mai importantă firmă producătoare de lagăre cu alunecare sferice, precum și de evoluția realizată în ultimul timp în domeniul construcției de astfel de lagăre. Sistemul de acționare al standului proiectat este format din următoarele elemente:

- motor electric asincron, cu puterea $P = 4$ kW și turația $n = 960$ rot/min;
- reductor de turație cu două trepte: prima treaptă realizată cu angrenaj melcat, cu melc cu un singur început $z_1 = 1$ și roată melcată cu $z_2 = 20$ dinți; a doua treaptă cilindrică cu dinți drepți, cu $z_3 = 15$ și $z_4 = 32$ de dinți;
- variator de turație cu roți de fricțiune cu raportul de transmitere $i_v = 2 \div 0,4$.

Modul de amplasare a motorului electric asincron, a reductorului de turație cu două trepte și a variatorului de turație sunt prezentate în figura 8.

Schema cinematică a sistemului de acționare este prezentată în figura 9.

Pentru a putea obține o gamă mai mare de reglaj a turației la arborele de ieșire a variatorului, motorul electric și reductorul de turație se pot deplasa pe rama inferioară. Astfel într-o poziție variatorul se cuplează cu arborele roții melcate, obținând gama de turație de $24 \div 120$ rot/min, iar în a doua poziție variatorul se cuplează cu arborele de ieșire a treptei a doua a reductorului, obținând turații de $11,25 \div 56,25$ rot/min.

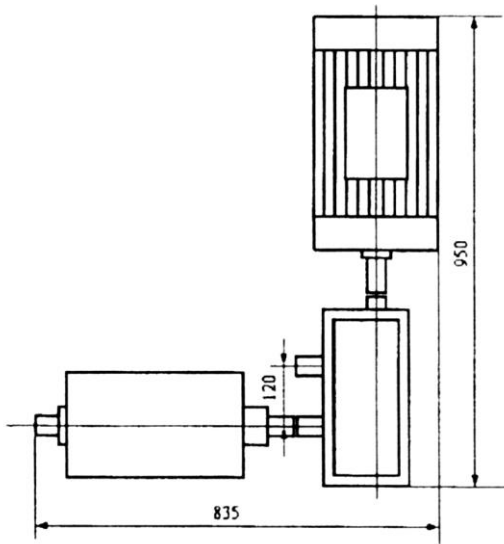


Fig. 8. Sistemul de acțiune al standului

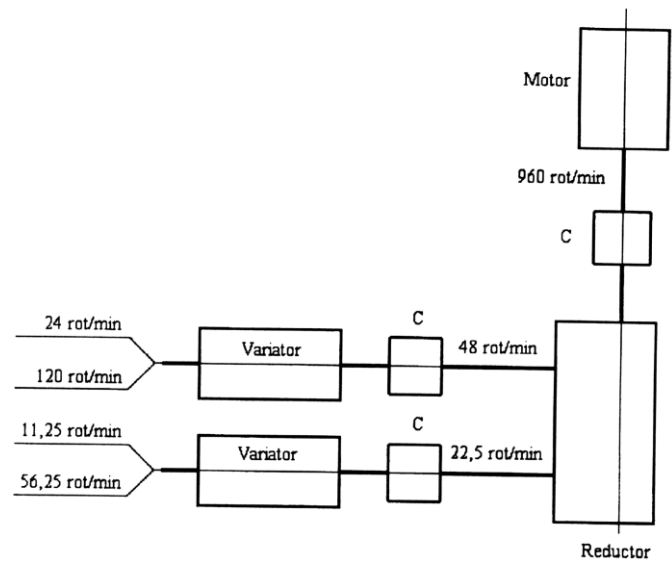


Fig. 9. Schema cinematică a sistemului de acțiune

Încărcarea lagărelor cu alunecare sferice încercate se prevede a fi realizată cu ajutorul unui sistem șurub-piuliță și arcuri disc (Fig. 10).

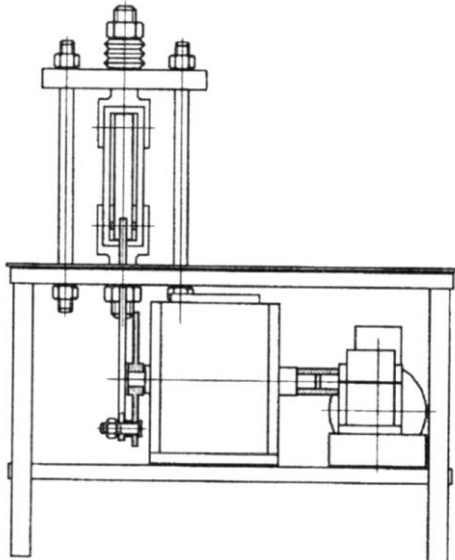


Fig. 10. Ansamblul standului de încercare cu sistemul de încărcare al lagărelor

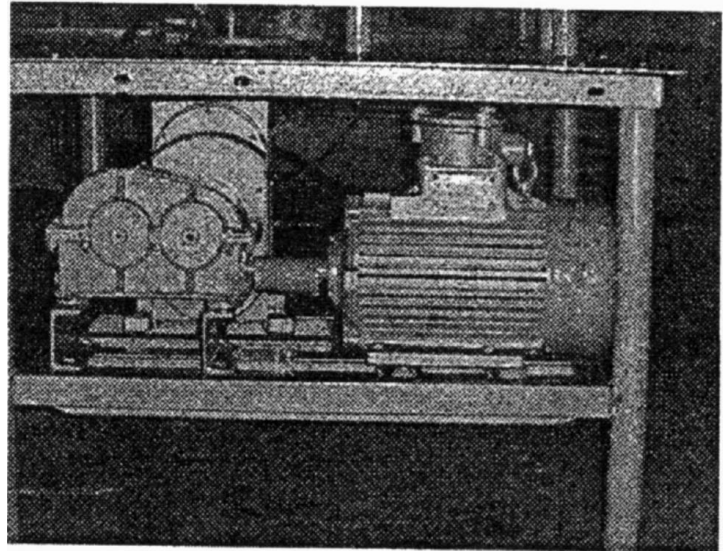


Fig. 11. Vederea din partea laterală dreapta a standului

Fotografia din figura 11 prezintă vederea din partea laterală dreapta a standului, în care se poate vedea în prim plan motorul electric de acțiune și reductorul de turație.

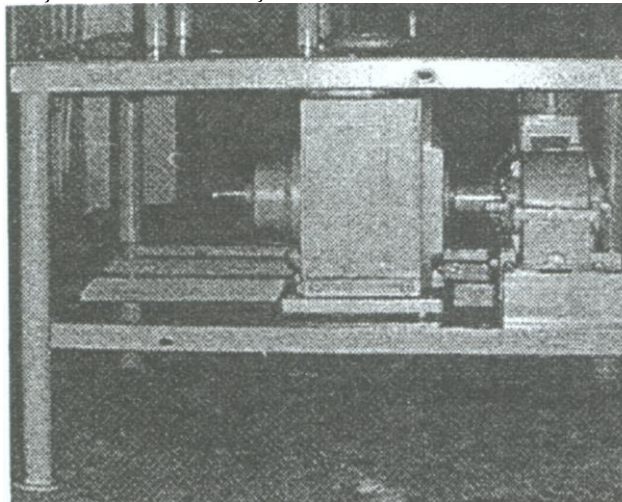


Fig. 12. Vederea din față a standului

Fotografia din figura 12 prezintă vederea din față a standului, în care în prim plan se vede reductorul și variatorul de turație.

5. Concluzii

Deoarece la noi în țară, până în momentul de față, articulațiile sferice și lagărele cu alunecare sferice au fost puțin studiate, neexistând lucrări științifice de amploare și studii publicate în acest domeniu, considerăm că este necesar să se realizeze niște studii experimentale în acest domeniu.

Realizarea studiilor respective presupune execuția unor articulații sferice și lagăre cu alunecare sferice experimentale și studiul comportării acestor organe de mașini în condiții de laborator pe stand.

Scopul principal de a realiza un stand de încercare apropiat de condițiile reale din practică, care să asigure o efectuare comodă a încercărilor și interpretarea rezultatelor încercărilor, care să fie valabile în practică a condus la conceperea unui stand de încercări cu mișcări oscilante. Este cunoscut faptul că acest tip de stand de încercări este utilizat de unele firme constructoare pentru încercarea produselor lor.

Stabilirea unui criteriu privind ieșirea din funcție a lagărelor cu alunecare sferice este deosebit de dificil. Deoarece observarea directă a fenomenelor ce au loc pe suprafețele de frecare pe parcursul încercărilor nu poate avea loc, măsurarea momentului de frecare din lagărele încercate pare metoda cea mai potrivită, care asigură un control în privința comportării lagărelor cu alunecare sferice pe parcursul încercărilor.

La încercările efectuate de firmele străine cu lagăre cu alunecare sferice care au fost supuse unui tratament superficial al suprafețelor de frecare, la demontarea lagărelor după atingerea unei anumite valori a momentului de frecare s-a constatat că ele prezentau stări diferite. O parte din lagăre au prezentat urme de gripare în zona solicitată a suprafețelor de frecare, în timp ce la alte lagăre s-a constatat doar oxidarea prin frecare, deci aceste lagăre ar fi putut funcționa în continuare fără probleme deosebite.

O altă cauză care determină ieșirea din funcție a lagărelor poate fi considerată uzura acestora. Este cunoscut faptul, că în practică în multe cazuri după un anumit timp de funcționare lagărele cu alunecare sferice trebuie înlocuite, deoarece datorită uzurii suprafețelor de frecare jocul din lagăr devine inadmisibil de mare.

În cazul cuplurilor de materiale oțel pe oțel la încercări de scurtă durată nu a putut fi pusă în evidența uzura. La încercări de durată lungă pe suprafețele de alunecare ale lagărelor încercate s-a putut pune în evidență apariția gripajului, astfel că o măsurare exactă a jocului din lagăr nu a mai fost posibilă. În cazul acestor încercări preliminare s-a putut observa apariția unei funcționări neliniștite a lagărului, care marca momentul apariției gripajului pe suprafețele de frecare.

Pentru studiul comportării articulațiilor sferice și a lagărelor cu alunecare sferice, în urma studierii literaturii de specialitate străine, am conceput și realizat un stand de încercare cu ajutorul căruia sper să pot obține rezultate în rezolvarea următoarelor probleme:

- verificarea capacității statice și dinamice de încărcare a articulațiilor sferice și a lagărelor cu alunecare sferice;
- creșterea capacității statice și dinamice de încărcare și a durabilității articulațiilor sferice și a lagărelor cu alunecare sferice;
- verificarea influenței tehnologiilor de fabricație și a tratamentelor superficiale ale suprafețelor de alunecare asupra comportării în exploatare a articulațiilor sferice și a lagărelor cu alunecare sferice.

Bibliografie

1. Horhotă, S.: *Stadiul actual al realizărilor privind articulațiile sferice și posibilități de utilizare a acestora la susținerile mecanizate*, Referat de doctorat Nr. 1, Petroșani, 2002.
2. Horhotă, S.: *Studiul posibilităților de execuție a articulațiilor sferice*, Referat de doctorat nr. 2, Petroșani, 2002.
- Horhotă, S.: *Încercări pe stand privind comportarea articulațiilor sferice realizate*, Referat de doctorat nr. 3, Petroșani, 2002.
3. Zamfir, V., Takacs, F., Horhotă, S.: *Studiul comparativ al metodelor de calcul a articulațiilor și lagărelor cu alunecare sferice*, Lucrările științifice ale simpozionului internațional „Universitara Ropet 2001” Petroșani, 2001.
4. Zamfir, V., Takacs, F., Horhotă, S.: *Noutăți în domeniul metodelor de calcul a articulațiilor și lagărelor cu alunecare sferice care necesită ungere*, Lucrările științifice ale simpozionului internațional „Universitara Ropet 2002” Petroșani, 2002.
5. Zamfir, V., Takacs, F., Horhotă, S.: *Noutăți în domeniul metodelor de calcul a articulațiilor și lagărelor cu alunecare sferice care nu necesită ungere*, Lucrările științifice ale simpozionului internațional „Universitaria Ropet 2002” Petroșani, 2002.
6. ***** : *SKF Gelenklager und Gelenkköpfe*, http://www.skf.ch/gelenklagerkopf/gelenk..._sortiment.html

SISTEMATIZAREA STRUCTURALĂ NUMERICĂ A SECȚIILOR DE SUSȚINERE MECANIZATE

Autori: Remus Albert VEREȘ ¹ Nicoleta Simona DUMITRU(TUDURIU) ²
v.remus17@gmail.com, simona.nicoleta93@gmail.com

Coordonator: Șef lucrări dr.ing. Gheorghe-Bogdan URDEA ³

¹ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea master: Instalații și echipamente pentru procese în minerit, anul II

² Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, specializarea: Echipamente pentru procese industriale, anul II

³ Universitatea din Petroșani, Facultatea de Inginerie Mecanică și Electrică, Departamentul de Inginerie Mecanică Industrială și Transporturi.

Rezumat

Lucrarea propune o sistematizare structurală digitală a secțiilor de susținere mecanizate.

În acest scop, secția de susținere mecanizată este alcătuită din corpuri rigide conectate între ele prin perechi cinematice de rotație și de o serie de elemente hidraulice (cilindri hidraulici, picioare hidraulice) este considerată un mecanism tehnologic care asigură spațiul de lucru necesar tăierii, încărcării și îndepărtarea cărbunelui.

Relațiile de interdependență dintre mobilitatea susținerii mecanizate, numărul de elemente, numărul și poziția perechilor cinematice, numărul și clasa (forma) conturilor închise deformabile închise sunt apoi deduse.

Importanța acestei sistematizări este evidențiată în procesul de analiză și sinteză cinematică și cinetostatică (cvasistatică) a susținerii mecanizate și a subsansamblelor sale (mecanism de ghidare).

Cuvinte cheie

Susținere mecanizată, cuple cinematice, grad de libertate

1. INTRODUCERE

Secțiile de susținere mecanizate fac parte din categoria utilajelor complexe create în scopul protejării spațiului de lucru necesar desfășurării în deplină siguranță a activităților din abataj. Secția de susținere este realizată din mai multe corpuri rigide, astfel conectate între ele, prin cuple cinematice de rotație (articulații) și dintr-un anumit număr de motoelemente hidraulice (cilindri, stâlpi hidraulici), încât să rezulte o construcție stabilă, cu posibilitate de deformare, care să conserve în timp un anumit spațiu necesar desfășurării activităților și instrumentațiilor mecanizate din abataj.

Totodată secția de susținere trebuie să realizeze o dirijare corespunzătoare a presiunilor exercitate din tavanul și pereții (inclusiv frontul de cărbune) și să mențină în timp stabilitatea acestora.

În decursul timpului, forma, dimensiunile, tipul și numărul de componente au suferit transformări adecvate

2. ANALIZA NUMERICĂ

În prezentarea de mai sus s-a ținut cont de ceea ce există și este cunoscut în literatura de specialitate.

În cele ce urmează se face o încercare de clasificare, tratând întreaga structură a secției de susținere mecanizată ca lanț cinematic (mecanism).

Menționăm că toate secțiile de susținere sunt sisteme tehnice plane. Prin urmare, analiza numerică se va face pentru cazul plan, folosind relații și principii din lucrarea [2].

2.1 Mobilitatea

Se notează cu:

n - numărul total de elemente ale lanțului cinematic;

m - numărul de elemente mobile ale mecanismului (fără batii);

Progresului tehnic și tehnologiilor miniere de extragere. Acestea au fost factori determinanți în realizarea mai multor clasificări, de regulă tehnologice, evidențiate de literatura de specialitate și mai ales în lucrări de disertație și de doctorat [1,3,4,5,6].

Principalele criterii după care sunt dezvoltate aceste clasificări [5,6,7] sunt:

- a) grosimea stratului: mică, medie, mare;
- b) înclinarea stratului: mică, medie, mare;
- c) interacțiunea susținerii cu rocile înconjurătoare: susținător, îngrăditor, susținător-îngrăditor, îngrăditor-susținător;
- d) forma constructivă: rame, stivă, cu scut;
- e) modul de funcționare: monosistem, bisistem, trisistem (TROIKA);
- f) succesiunea de mutare a secțiilor: succesivă, în grup, succesivă și în grup.

f - numărul libertăților de mișcare permise de o cuplă cinematică;
k - numărul de restricții de mișcare impuse unei cuple cinematice;
i - numărul cuplelor cinematice inferioare (f=1, k=2);
s - numărul cuplelor cinematice superioare (f=2, k=1);
c = i + s - numărul total de cuple cinematice.

Folosind formula (Grubler, Cebîșev) se poate calcula gradul de libertate (L) al lanțului cinematic și gradul de mobilitate (M) al mecanismelor ca diferență dintre numărul de mișcări posibile ale tuturor elementelor și numărul de restricții impuse prin cuplele cinematice dintre elemente:

$$L = 3n - (2i + s) \quad (1)$$

$$M = L - 3 = 3(n - 1) - (2i + s) = 3m - (2i + s) \quad (2)$$

2.1. Relații numerice

Pentru mecanismele cu mobilitatea M, între numărul de cicluri N (în [2] se demonstrează că $N = c - n + 1 = c - m$), numărul de elemente mobile m, numărul total de elemente n, numărul de cuple cinematice c (de tip R și/sau T) există următoarele relații:

$$m = M + 2N \quad c = M + 3N \quad n = m + 1 \quad (3)$$

La aceste relații, în cazul grupelor modulare definite mai jos, se adaugă relațiile:

$$C = C_e + c, \quad c_s = c_a + c_p, \quad c_a = M \quad (4)$$

în care prin c_e și c_s s-au notat numerele cuplelor cinematice exterioare (potențiale), respectiv interioare, iar prin c_a și c_p s-au notat numerele cuplelor cinematice interioare active, respectiv pasive.

Grupele modulare se obțin din lanțurile cinematice fundamentale cu mobilitatea relativă M din care se elimină un element. Pentru $M = 0$ (lanțuri fundamentale statice) se găsesc grupele pasive (Assur), iar pentru $M > 1$ se obțin grupele motoare (conducătoare).

În cele ce urmează (figurile 2,3,4,5) se exemplifică analiza numerică a tipurilor reprezentative de secții de susținere mecanizată folosite în practica indigenă și străină, considerând secția de susținere în cele două faze de lucru: de tensionare (poziționare) și de susținere. Se pune în evidență grupa modulară motoare conținută, indicând starea circuitului hidraulic (deschis-închis) prin simbolurile din figura 1.



Fig. 1.

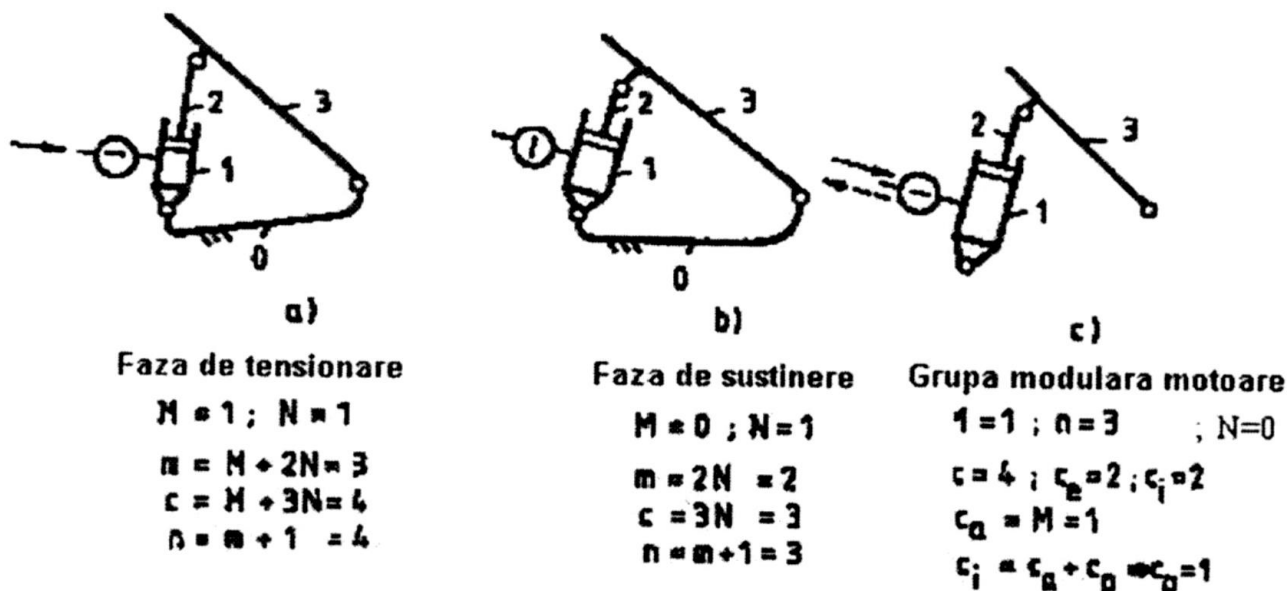


Fig. 2. Analiza numerică pentru susținerea mecanizată cu scutul legat la talpă (tip SMA-1)

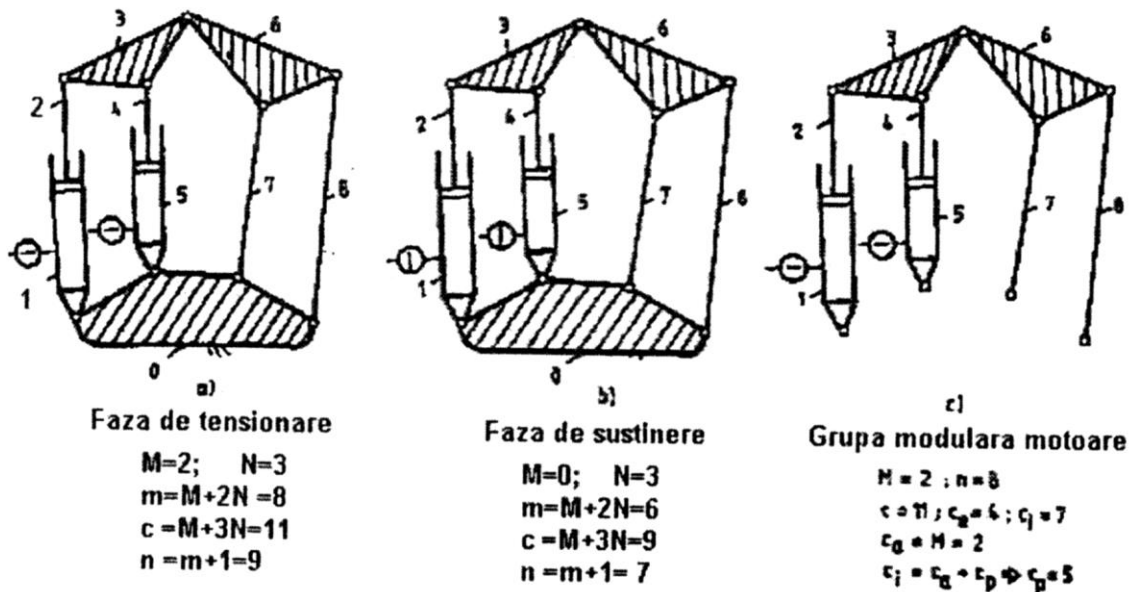


Fig. 3. Analiza numerică pentru susținerea mecanizată tip susținător-îngrăditor tip stivă (tip SMA-5H)

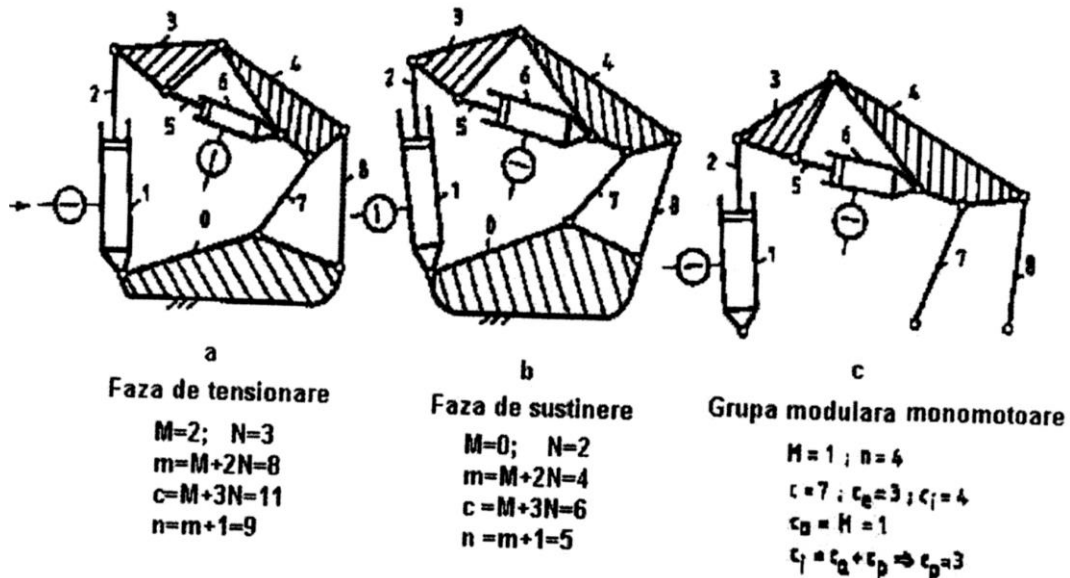


Fig. 4. Analiza numerică pentru susținerea tip susținător-îngrăditor cu cilindru de colț (tip SMA-2)

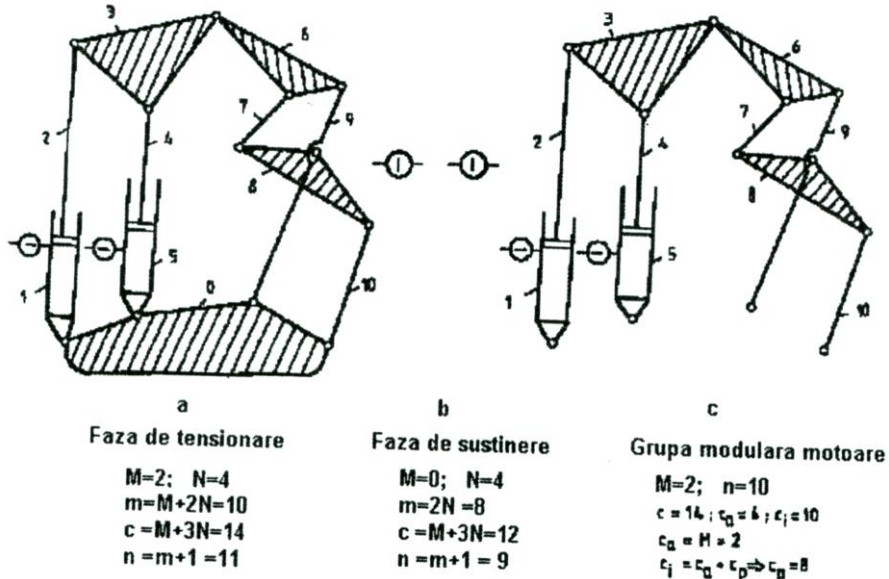


Fig. 5. Analiza numerică pentru susținerea tip susținător-îngrăditor tip stivă cu mecanism complex de ghidare (tip Dowty), pentru strate cu grosimi mari și foarte mari

Structura prezentată în figura 2 este reprezentativă pentru secțiile de susținere mecanizate cu scutul legat direct la talpă (fără mecanism de echidistanțare), de tipul SMA-1. În această structură monomobilă și monocontur, mișcarea este asigurată de grupa modulară activă- diada motoare.

În figura 3 este prezentată o structură bimobilă, cu trei contururi deformabile, în care grupa modulară conducătoare este o triadă motoare dublă, de tipul stivă- scut (SMA-5H).

În figura 4 este prezentată o structură a unei secții de susținere de tipul susținător-îngrăditor cu cilindru de colț (exemplu: SMA-2), care în faza de tensionare este bimobilă și are trei contururi deformabile, iar în faza de susținere (mobilitate zero) devine structură bicontur (prin blocarea cilindrului de colț). În această structură, grupa modulară activă este reprezentată de o triadă motoare.

Figura 5 reprezintă o structură complexă (susținerea Dowty pentru strate groase și foarte groase). Această structură este bimobilă, cu patru contururi deformabile (menționăm că, pentru faza de susținere, în desenul structurii sunt reprezentate doar simbolurile circuitelor hidraulice, pe poziția închis). La această structură, grupa modulară activă are o structură complexă.

3. Concluzii

Analizând soluțiile constructive ale susținerilor mecanizate de abataj se constată următoarele:

- susținerile diferă în principal prin forma și numărul elementelor, prin numărul de stâlpi și amplasarea acestora, prin numărul și clasa conturilor închise deformabile, ca și prin forma și mărimea mecanismului de echilibrare și echidistanțare;

- majoritatea secțiilor de susținere au drept mecanism de echilibrare și echidistanțare mecanismul articulat plan 4R (fig.3 și 4); în cazuri speciale, acest mecanism este complex (fig.5). Indiferent de tip, mecanismul permite unui punct al bielei deplasarea pe o traiectorie aproximativ liniară paralelă cu frontul de lucru. Astfel indiferent de înălțimea de lucru a susținerii, capătul grinzii va avea practic aceeași distanță față de front;

- mecanismul articulat plan de echidistanțare realizează și echilibrarea secției în plan vertical pe direcția front-spațiu exploatat, evitându-se astfel deplasarea grinzii în față sau în spate, față de poziția tălpii;

- articularea stâlpilor la cele două capete prin cuple sferice face ca aceștia să preia numai solicitări axiale;

- pentru exploatarea stratelor groase și foarte groase susținerile mecanizate conțin cu rol de mecanism de echidistanțare un mecanism complex cu șase elemente cu avantaje deosebite; dintre acestea se evidențiază următoarele:

- permite o extindere mare a secției în plan paralel cu frontul;
- constituie un lanț cinematic ce asigură pătrunderea minimă a scutului în zona surpată;
- se împachetează bine, căpătând o lungime mică, ușor de transportat pe cărucioare platformă speciale.
- analiza numerică prezentată mai sus împarte secțiile de susținere mecanizate în susțineri monomobile-monocontur, fără mecanism de echidistanțare și bimobile-policontur cu mecanism patruleter sau mecanism complex de echidistanțare și echilibrare.

Bibliografie:

1. Andraș I. - *Studiul interacțiunii susținerilor mecanizate de abataj cu rocile înconjurătoare în vederea perfecționării parametrilor constructivi și funcționali ai acestora*. Teză de doctorat, Universitatea din Petroșani, 1995
2. Pelecudă, Chr., Maroș, D., Merticaru, V., Pandrea, N., Simionescu, I. - *Mecanisme*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1985
3. Petrișor, D., Șt. - *Contribuții la studiul mecanic tridimensional al structurilor deformabile mari folosite la susținerea abatajelor din exploatarea de lignit*, Teză de doctorat, Universitatea din Petroșani, 2002
4. Săplăcan, M.M. - *Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor de ghidare folosite la susținerile mecanizate*, Teză de doctorat, Universitatea din Petroșani, 2001
5. Vîrgolici, H.M. - *Sistematizarea și clasificarea mecanismelor din componența utilajelor miniere*, Referat de doctorat nr. 1, Universitatea din Petroșani, 2002
6. Vîrgolici, H.M. - *Contribuții privind optimizarea sintezei mecanismelor tehnologice din componența unor utilaje miniere*, Teză de doctorat, Universitatea din Petroșani, 2003.
7. Zamfir, V., Iliș, N., Andraș, I. - *Susțineri mecanizate miniere*, Ed. Tehnică, București, 1993